



*Instituto de Investigaciones Socio Económicas*

Documento de Trabajo No. 03/96  
Marzo 1996

**Efectos Intertemporales de los Instrumentos  
de Control Ambiental**

*por*  
*José Luis Evia V.*

## **Efectos Intertemporales de los Instrumentos de Control Ambiental\***

por  
José Luis Evia V.<sup>1</sup>

### **Introducción**

En un escenario estático, y con certidumbre sobre los costos y beneficios de la contaminación, los efluentes de una empresa pueden ser controlados mediante impuestos o mediante estándares, logrando cierto nivel de contaminación a un costo dado.

Ante un impuesto, la empresa reducirá su nivel de contaminación en cada periodo, de manera que la productividad marginal de la contaminación sea igual al impuesto. Si el control de la contaminación se hiciese a través de estándares, la empresa debería cumplir con el estándar, reduciendo la contaminación.

En los anteriores casos, debido a que se supone que la contaminación solo depende de la cantidad producida en el periodo, y que la empresa repite el ciclo de producción en cada periodo en idénticas condiciones, el interés es sobretodo en la situación estática.

La discusión sobre la contaminación que se produce al explotar un recurso no-renovable, con un stock finito, debe de hacerse más bien en un escenario intertemporal, debido a que en este caso la producción no se repite en idénticas condiciones en cada periodo de tiempo. En particular, la producción se planea de modo de agotar el stock de mineral, maximizando el valor actualizado de ganancias.

En este caso, se deben de considerar los efectos de los distintos instrumentos para el control de la contaminación sobre la tasa de extracción y la cantidad total extraída del recurso.

---

\* Esta investigación se llevó a cabo con la ayuda de una donación otorgada por el Centro Internacional de Investigaciones para el Desarrollo, Ottawa, Canadá

<sup>1</sup> El autor agradece los comentarios de Juan Antonio Morales. Por supuesto, cualquier error es de su exclusiva responsabilidad.

El presente trabajo trata de examinar los efectos sobre la tasa de extracción, y la cantidad total explotada de un stock de mineral de diferentes instrumentos utilizados para el control de la contaminación.

Se plantean dos escenarios básicos. En el primero, los costos de explotación minera y el daño ambiental dependen solamente de la cantidad explotada en cada periodo. En este escenario se examinan los efectos de distintos instrumentos medio ambientales sobre la tasa de extracción y la cantidad total de mineral explotado. Si la contaminación es una función monótonica de la producción minera, entonces los resultados reflejan también el efecto sobre la tasa de contaminación y la cantidad total de contaminación.

En un segundo escenario se examinan los efectos cuando los costos y el daño ambiental dependen tanto de la cantidad explotada en el periodo, como de la cantidad explotada del recurso en el pasado.

### **Efectos Intertemporales de los Instrumentos de Control Ambiental**

Los instrumentos más comunes para la protección del medio ambiente son los impuestos o cargos a emisiones o los estándares o restricciones a efluentes. La legislación boliviana prevé sobre todo el uso de estándares, aún cuando no descarta el posible uso de impuestos en el futuro.

La reglamentación de la ley del medio ambiente, propuesta por el Ministerio de Desarrollo Sostenible y Medio Ambiente incluye además medidas de control de calidad ambiental, donde no se permite que la calidad del medio ambiente (del recurso hídrico o atmosférico) caiga por debajo de cierto nivel.

Vistos en un escenario estático, las normas de calidad ambiental son idénticas a un estándar de emisión, pero en un contexto dinámico pueden tener efecto singulares que la contaminación tiene efectos irreversibles, es decir si el efecto sobre el medio ambiente de la contaminación de un periodo no desaparece completamente en este periodo, sino que más bien es persistente, afectando periodos posteriores.

Entonces debemos considerar los efectos de tres instrumentos de control de la contaminación: impuestos, estándares de emisión y medidas de control de calidad ambiental.

Se plantean dos posibles escenarios. Uno en el que los costos de extracción y la contaminación dependen de la cantidad que se explota del recurso, y otro cuando los costos y la contaminación no solo dependen de la cantidad explotada en el periodo, sino además de la cantidad del recurso que se ha explotado en el pasado.

a. Costos no Acumulativos

El problema del productor consiste en encontrar la tasa de explotación del mineral que maximice su beneficio a lo largo de la vida de la empresa minera. El beneficio en el periodo (t) estará dado por la siguiente ecuación:

$$\pi = Pq(t) - C(q(t)) - \tau * D(q(t)) \quad (1)$$

Donde P es el precio del mineral, q es la cantidad producida, C es el costo de producción del mineral,  $\tau$  es el impuesto por efluentes que debe pagar la empresa minera y D son los efluentes (daño) que se liberan al medio ambiente, al explotar el mineral.

Para maximizar el beneficio a lo largo de la vida de la empresa se debe maximizar la suma de beneficios para todos los periodos; la integral de la ecuación (1), desde el momento en que se inicia la explotación (periodo 0), hasta el periodo en que se concluye la explotación (periodo T), sujeto a las siguientes restricciones:

$$\dot{\mu} = -q(t) \quad (2)$$

$$\dot{E} = -D(q) \quad (3)$$

$$D(q) \leq S \quad (4)$$

La ecuación (2) es la ecuación de movimiento del recurso, donde el acervo del recurso va decreciendo de acuerdo a la tasa de explotación del mineral.

La ecuación (3) es la ecuación del movimiento del acervo o la capacidad máxima de recepción de contaminantes del medio ambiente (E). El acervo de medio ambiente varía de acuerdo a la cantidad de efluentes que debe recibir (D), que a su vez es función de la cantidad de mineral explotado (q). Nótese que suponemos que los efectos sobre el medio ambiente de la contaminación son irreversibles, es decir la contaminación disminuye la calidad del medio ambiente permanentemente.

La ecuación (4) representa el estándar; la cantidad de emisiones (D) no debe ser superior al límite establecido por la autoridad ambiental.

El problema más simple es aquel en el que suponemos que no existe impuestos, ni límites a la contaminación, o medidas de control de calidad ambiental. En este caso debemos hacer en la ecuación (1)  $\tau=0$ , y maximizar intertemporalmente esta ecuación, sujeta a la restricción (2) únicamente.

El hamiltoniano estará dado por:

$$H = e^{-rt} [(Pq(t) - C(q(t))) + \mu(t)(-q(t))] \quad (5)$$

donde  $\mu$  es la variable de coestado del recurso natural.

Las condiciones para la maximización serán:

$$P - C_q(t) - \mu(t) = 0 \quad (6)$$

y la condición de transversalidad: Integrando (7) obtenemos:

$$\dot{\mu}(t) = r * \mu(t) \quad (7)$$

$$H(T) = Pq(T) - C(q(T)) + \mu(T) (-q(T)) = 0 \quad (8)$$

$$\mu(t) = e^{-r(T-t)} [P(T) - C_q(T)] \quad (9)$$

El precio sombra del recurso debe crecer a una tasa igual a la tasa de interés. La ecuación (6) puede ser entonces escrita como:

$$P(t) C_q(t) = e^{-r(T-t)} [P(T) - C_q(T)] \quad (10)$$

La condición de transversalidad puede ser escrita también como:

$$\frac{C(q(T))}{q(T)} = C_q(T) \quad (11)$$

Estas ecuaciones definen la trayectoria de la producción en el tiempo. Como se observa, la trayectoria de la producción debe ser tal que la tasa a la que crece la renta marginal es igual a la tasa de descuento (regla de Hotelling). Si los costos marginales son crecientes, entonces la cantidad producida irá cayendo, hasta llegar al último periodo al punto donde el costo marginal es igual al costo medio. En estas circunstancias el stock es agotado en el último periodo.

Supongamos ahora que con el propósito de proteger el medio ambiente se implementa un estándar. En esta caso debemos mantener en la ecuación (1)  $\tau=0$ , y maximizar el beneficio intertemporalmente, sujeto a las ecuaciones de movimiento (2).

En este problema el Hamiltoniano estará representado por:

$$H = e^{-rt} [pq(t) - C(q(t)) + \mu(t) (-q(t))] \quad (12)$$

Se debe además imponer la restricción del estándar (ecuación (4)). Para esto debemos formar el siguiente lagrangiano:

$$\Gamma = e^{-rt} [pq(t) - C(q(t)) + \mu(t) (-q(t)) + \theta(t) (S - D(q(t)))] \quad (13)$$

donde  $\theta$  es el multiplicador de Lagrange.

Las condiciones de primer orden del anterior problema son las siguientes:

$$P - C_q(t) - \mu(t) - \theta(t)D_q(t) = 0 \quad (14)$$

$$S \geq D(q(t)) \quad (15)$$

$$\theta(t) \geq 0 \quad (16)$$

$$\theta(t)[S - D(q(t))] = 0 \quad (17)$$

$$\dot{x} = -q(t) \quad (18)$$

$$\dot{\mu}(t) = r^* \mu(t) \quad (19)$$

y la siguiente condición de transversalidad:

$$\Gamma(T) = 0 \quad (20)$$

La ecuación (19) hace claro que el precio sombra del recurso crece a una tasa igual a la tasa de interés, como en el caso inicial.

Si el estándar restringe la cantidad que el productor desea producir, esto debe ocurrir en los primeros periodos, pues como vimos más arriba la cantidad que el productor desea producir va cayendo en el tiempo. Mientras el estándar restringe la producción, la cantidad que el productor puede producir es constante (igual a la que le permite el estándar  $Dq(t)=S$ ), por lo que el costo marginal debe de permanecer constante. Para que esto suceda, cuando el precio sombra del recurso sube a una tasa igual a la tasa de descuento, entonces se debe cumplir que:

$$\dot{\theta}(t) = -\dot{\mu}(t) \quad (21)$$

Como  $\theta$  no puede ser menor a cero, y va cayendo con el tiempo (ya que  $\mu$  crece en el tiempo), mientras el estándar restringe la producción,  $\theta$  es en principio positiva.

Si eventualmente la restricción no restringe más la producción (para algún periodo, la cantidad de mineral que se desea producir genera una cantidad de contaminación igual o menor al estándar  $Dq(t) < S$ ),  $\theta$  deberá ser igual a cero.

En este caso la ecuación (14) tomaría la forma:

$$P(t) - C_q(t) = e^{-r(T-t)} [p(T) - C_q(T)] \quad (22)$$

que es idéntica a la ecuación (10).

Si un estándar es restrictivo, entonces limitará la producción en los primeros periodos ( $\theta$  será mayor a cero), pero debido a que la producción que maximizaría el retorno del empresario va cayendo en el tiempo, llegará un periodo en que el estándar no es más restrictivo ( $\theta$  es igual a cero), entonces el patrón de explotación es igual al de la situación en la que no existe el estándar.

La condición de transversalidad para este problema es la misma que para el problema sin estándar:

$$\frac{C(q(T))}{q(T)} = C_q(T) \quad (23)$$

en el último periodo el costo marginal de la explotación es igual al costo medio.

En este problema, al igual que en el problema original, el recurso se agota. Sin embargo, debido a que la cantidad explotada mientras el estándar restringe la producción es menor a la que resultaría de una situación sin estándar, la tasa de extracción se reduce. La fecha de agotamiento del recurso se aleja. Esto determina también que el valor del recurso caiga.

Si el instrumento para limitar la contaminación es un impuesto, entonces el problema consiste en maximizar la integral en el tiempo de la ecuación (1), sujeta a la ecuación de movimiento (2).

El Hamiltoniano que representa el problema sería entonces:

$$H = e^{-rt} [Pq(t) - C(q(t)) - \tau * D(q(t)) + \mu(t)(-q(t))] \quad (24)$$

Las condiciones de maximización serían:

$$P - C_q(t) - \tau * D_q(t) = \mu(t) \quad (25)$$

$$\dot{\mu} = r * \mu(t) \quad (26)$$

Integrando (26) obtenemos:

$$\mu(t) = e^{-r(t-T)} [P - C_q(T) - \tau * D_q(T)] \quad (27)$$

Por lo que (25) se transforma en:

$$P - C_q(t) = \tau * D_q(t) + e^{-r(T-t)} [P - C_q(T)] + e^{-r(T-t)} [-\tau * D_q(T)] \quad (28)$$

Esta ecuación hace claro que la introducción de un impuesto sobre efluentes afecta a la tasa de extracción del recurso de varias maneras. Por un lado, el último término de la ecuación (28) nos muestra que el impuesto tenderá a reducir la tasa de extracción (efecto directo). Pero el impuesto afecta además la tasa de extracción a través de la función de daño marginal (último término de la ecuación (28)) (efecto indirecto).

Si la función de daño marginal es constante, entonces no se afecta la tasa de extracción. Si el daño marginal es creciente, la tasa de extracción tiende a caer, y si la función de daño marginal es decreciente, la tasa de extracción se acelera. El efecto final depende tanto del efecto directo como del efecto indirecto, pero dado que es poco probable que la función de daño sea decreciente, el efecto total deberá de reducir la tasa de extracción.

La condición de transversalidad será:

$$H(T) = 0 \quad (29)$$

mostrando otra vez que en este problema, el acervo del recurso se agota.

Por último consideremos una situación en la que el instrumento que se utiliza para preservar el medio ambiente son normas de calidad ambiental. En este caso lo que se hace es definir un estado de calidad ambiental mínimo, que no puede ser deteriorado. En este problema deberíamos considerar las ecuaciones (1), (2) y (3).

Sujeto a las restricciones (2) y (3).

El hamiltoniano sería:

$$H = e^{-rt} [Pq(t) - C(q(t)) + \mu(t)(-q(t)) + \lambda(t)(-D(q(t)))] \quad (30)$$

sujeto a las restricciones (2) y (3).

Las condiciones de primer orden son las siguientes:

$$P(t) - C_q(t) = \mu(t) + \lambda(t)D_q(t) \quad (31)$$

$$\dot{\mu}(t) = r * \mu(t) \quad (32)$$

$$\dot{\lambda}(t) = r * \lambda(t) \quad (33)$$

La solución del problema dependerá de cuál sea el acervo que se agote primero: el acervo del recurso natural, o el acervo del medio ambiente.

Si el recurso se agota primero, entonces las condiciones de transversalidad del problema son:

$$H(T) = 0 \quad \lambda(T) = 0 \quad (34)$$

Integrando (33) obtenemos:

$$\lambda(t) = 0 \quad (35)$$

por lo que las condiciones de primer orden se reducen a:

$$P - C_q(t) = \mu(t) \quad (36)$$

$$\dot{\mu}(t) = r * \mu(t) \quad (37)$$

que son idénticas al problema sin regulaciones.

Si en cambio, se agota primero el medio ambiente, entonces las condiciones de transversalidad de problema cambian a:

$$\mu(T) = 0 \quad H(T) = 0 \quad (38)$$

Dado que  $\mu$  crece a una tasa constante (la tasa de descuento), entonces  $\mu$  será cero para todos los periodos. Como  $\mu$  es la variable de coestado asociada al yacimiento, el valor sombra del yacimiento será igual a cero. El stock del yacimiento no llega a agotarse.

Integrando la ecuación (33) obtenemos:

$$\lambda(t) = e^{-r(T-t)} \left[ \frac{P - C_q(T)}{D_{q(T)}} \right] \quad (39)$$

Por lo que la ecuación (31) puede escribirse como:

$$P - C_q(t) = e^{-r(T-t)} \left[ \frac{P - C_q(T)}{D_{q(T)}} \right] D_q(t) \quad (40)$$

La tasa de extracción dependerá en esta situación de la función de daño marginal. Si esta función es constante, entonces la tasa de extracción será la misma que en el problema original. Si el daño marginal es creciente, la tasa de extracción será menor a la del problema original. Si la función de daño marginal es decreciente, la tasa de extracción se acelerará.

La cantidad total de mineral extraído será menor a la del problema original, ya que en este problema el acumulado de contaminación debe ser compatible con la restricción ambiental.

b. Costos que dependen de la cantidad total explotada

El análisis sobre los efectos de los distintos instrumentos del medio ambiente cambia si se considera que el costo de extracción y la cantidad de efluentes que se emiten al medio ambiente no dependen solamente de la cantidad producida en el periodo, sino además de la cantidad producida en periodos anteriores (producto acumulado hasta la fecha).

Los costos de extracción del mineral generalmente tienden a incrementarse a medida en que la explotación del yacimiento avanza. También los efectos medioambientales pueden poseer esta característica. “La cantidad de colas y riesgos de derrumbes o deslizamientos dependen de la cantidad acumulada de mineral extraído” (Muzondo, 1993).

Si tomamos en cuenta este aspecto, entonces el problema del empresario consiste en maximizar intertemporalmente la siguiente función:

$$\pi = Pq(t) - C(q(t), x(t)) - \tau * D(q(t), x(t)) \quad (41)$$

Sujeta a las siguientes condiciones:

$$\dot{x} = -q(t) \quad (42)$$

$$\dot{E}(t) = -D(q, x) \quad (43)$$

$$D(q, x) \leq S \quad (44)$$

Si no existiesen impuestos a la contaminación, ni ningún otro instrumento para controlar el daño ambiental, entonces el problema es maximizar (41), haciendo  $\tau$  igual a cero, y tomando únicamente la restricción dada por la ecuación (42).

El hamiltoniano del anterior problema puede escribirse como:

$$H = e^{-rt} [Pq(t) - C(q(t), x(t)) + \mu(t)(-q(t))] \quad (45)$$

Las condiciones de primer orden para la maximización son las siguientes:

$$P - C_q(t) - \mu(t) = 0 \quad (46)$$

$$\dot{\mu} - \mu * r - C_x = 0 \quad (47)$$

con las siguientes condiciones de transversalidad:

$$H(T) = 0 \quad \mu(T) = 0 \quad (48)$$

Integrando la ecuación (47) obtenemos:

$$\mu(t) = e^{-r(T-t)} [P - C_q(T)] - \int_t^T e^{-r(s-t)} C_x ds \quad (49)$$

Por lo que (46) puede escribirse como:

$$P - C_q(t) = e^{-r(T-t)} [P - C_q(T)] - \int_t^T e^{-r(s-t)} C_x ds \quad (50)$$

La introducción de costos acumulativos produce resultados importantes en la explotación óptima de los recursos. Primero, debido a que a mayor cantidad explotada del mineral en el pasado se incrementan los costos de producción, existe un punto en que la

cantidad explotada anteriormente hace que los costos de extracción suban tanto que eventualmente alcanzan los precios. En este punto cesa la explotación (lo que está dado por la condición  $\mu(T) = 0$ , por lo que no se llega a agotar el recurso (la explotación ya no cesa cuando se agota el recurso, lo que sucede si no existen efectos acumulativos de la explotación sobre los costos de extracción, como se vio más arriba).

Por otro lado, al explotar una unidad del mineral se incrementarán los costos de la explotación de futuras unidades de mineral. Pero este incremento en los costos de futuras explotaciones va cayendo a medida en que se explota el mineral, debido a que a medida en que se va explotando el mineral quedarán menos unidades para explotarse en el futuro (afectarán cada vez a menos unidades). Por esto, la tasa de explotación en este caso es menor que en el caso en que no existiesen costos acumulativos, lo que resulta evidente de la ecuación (50).

Si la autoridad ambiental introduce impuestos para regular la contaminación, el problema del empresario minero será la maximización intertemporal de la ecuación (41) sujeta a la restricción dada por la ecuación (42). Para este problema el hamiltoniano estará dado por:

$$H = e^{-rt} [Pq(t) - C(q(t), x(t)) - \tau * D(q(t), x(t)) + \mu(t) (-q(t))] \quad (51)$$

Las condiciones para la maximización de la anterior ecuación, sujeta a la restricción (42) serán las siguientes:

$$P - C_q(t) = \tau * D_q(t) - \mu(t) = 0 \quad (52)$$

$$\dot{\mu} - \mu * r = C_x + \tau D_x \quad (53)$$

Con las siguientes condiciones de transversalidad:

$$\mu(T) = 0 \quad H(T) = 0 \quad (54)$$

Integrando (53) obtenemos:

$$\mu(t) = e^{-r(T-t)} \left[ P - C_q(T) - \tau * D_q(T) \right] - \int_t^T e^{-r(s-t)} \left[ C_x + \tau D_x \right] ds \quad (55)$$

Por lo que la ecuación (52) puede ser escrita como:

$$P - C_q(t) = \tau * D_q(t) + e^{-r(T-t)} \left[ P - C_q(T) - \tau * D_q(T) \right] - \int_t^T e^{-r(s-t)} \left[ C_x + \tau D_x \right] ds \quad (56)$$

Comparando la ecuación (56) con la (50) se observa, otra vez, que la introducción de impuestos a efluentes afecta de varias formas a la tasa de extracción. Primero, el impuesto tenderá a reducir la tasa de extracción, como se observa en el segundo y tercer término de la parte derecha de la ecuación (56) (efecto directo).

Por otro lado, el impuesto también afecta la tasa de extracción a través de la función de daño marginal (primer término del lado derecho de la ecuación (56)). Si esta función es creciente, entonces la tasa de extracción tenderá a caer, si es constante no tenderá a alterarse, y si es decreciente, tenderá a acelerarse.

La cantidad total extraída del mineral también debe caer. La ecuación (52) y la condición de transversalidad (ecuación (54)), muestran que las reservas recuperables deben caer. El resultado sobre la fecha en que se termina la explotación no es claro, pues si bien al caer la cantidad de reservas recuperables se acerca, al caer la tasa de extracción se aleja.

Si en vez de impuestos la autoridad ambiental utilizara estándares, entonces el problema consistiría en maximizar intertemporalmente la ecuación (41) (haciendo  $\tau = 0$ ), sujeta a las restricciones (42) , (44). El hamiltoniano para este problema estaría dado por:

$$H = e^{-rt} \left[ Pq(t) - C(q(t), x(t)) + \mu(-q(t)) \right] \quad (57)$$

Para que la restricción (44) se cumpla debemos formar el siguiente lagrangiano:

$$\Gamma = e^{-rt} [Pq(t) - C(q(t), x(t)) + \mu(t)(-q(t)) + \theta(t)[S - D(q(t), x(t))]] \quad (58)$$

Las condiciones para la maximización son:

$$P - C_q(t) - \mu(t) - \theta(t) D_q(t) = 0 \quad (59)$$

$$\dot{\mu} - \mu * r = C_x + \theta D_x \quad (60)$$

$$S - D(q(t), x(t)) \geq 0 \quad (61)$$

$$\theta(t) \geq 0 \quad (62)$$

$$\theta(t) [S - D(q(t), x(t))] = 0 \quad (63)$$

Con las siguientes condiciones de transversalidad:

$$\Gamma(T) = 0 \quad \mu(T) = 0 \quad (64)$$

Integrando (60) obtenemos:

$$\mu(t) = e^{-r(T-t)} [P - C_q(T) - \theta(T) D_q(T)] - \int_t^T e^{-r(s-t)} [C_x + \theta(s) D_x] ds \quad (65)$$

Por lo que (59) puede escribirse como:

$$P - C_q(t) - \theta(t) D_q(t) - e^{-r(T-t)} [P - C_q(T) - \theta(T) D_q(T)] - \int_t^T e^{-r(s-t)} [C_x + \theta(s) D_x] ds \quad (66)$$

Como vimos anteriormente, en una situación sin restricciones, la producción minera va cayendo en el tiempo. Por esto, si el estándar restringe la producción, lo hace principalmente en los primeros periodos ( $D(q(t)) = S$ ). Si eventualmente, la cantidad que se desea explotar cae hasta que la contaminación que genera es menor al estándar ( $D(q(t)) < S$ ), entonces  $\theta$  deberá ser igual a cero.

Como  $\theta$  debe ser mayor o igual a cero, si comparamos la ecuación (66) con la ecuación (50), podemos observar que la tasa de extracción debe de caer (si  $\theta$  es positiva), o ser igual (si  $\theta$  es igual a cero) a la situación original, sin restricciones.

Si  $\theta$  es cero, la ecuación (66) se convierte en:

$$P - C_q(t) = e^{-r(T-t)} \left[ P - C_q(T) \right] - \int_t^T e^{-r(s-t)} C_x ds \quad (67)$$

Que muestra que la renta marginal debe crecer a la misma tasa que en el problema original.

Entonces la tasa de extracción primero cae para cumplir con el estándar, pero luego, cuando el estándar no es más restrictivo, sigue el mismo patrón que el problema original.

Si la cantidad que se desea explotar cae por debajo del estándar,  $\theta(t)$  se vuelve cero, la condición de transversalidad se puede escribir como:

$$P - C_q(T) = 0 \quad (68)$$

Idéntica al problema original, por lo que la cantidad explotada del mineral no cambia, sólo se distribuye en un mayor lapso de tiempo.

Supongamos ahora que el instrumento que se utiliza para controlar la contaminación fuesen medidas de Calidad Ambiental, entonces el problema del empresario sería maximizar intertemporalmente la ecuación (41) (haciendo  $\tau = 0$ ), sujeta a las restricciones (42) y (43).

El hamiltoniano de este problema puede representarse como:

$$H = e^{-rt} \left[ (Pq(t) - C(q(t), x(t)) + \mu(t) (-q(t)) + \lambda(t) [-D(q(t), x(t))]) \right] \quad (69)$$

Las condiciones de primer orden pueden escribirse como:

$$P - C_q(t) - \mu(t) - \lambda(t) D_q(t) = 0 \quad (70)$$

$$\dot{\lambda} = \lambda(t) * r \quad (71)$$

$$\dot{\mu}(t) - \mu(t) * r = C_x + \lambda(t) D_x \quad (72)$$

Las condiciones de transversalidad dependerán de cuál sea el acervo que se agote primero; el acervo del mineral, o el medio ambiente. Si el recurso natural es el primero en agotarse, entonces las condiciones de transversalidad serán:

$$H(T) = 0 \quad \lambda(T) = 0 \quad (73)$$

Integrando (71), y utilizando la condiciones de transversalidad obtenemos:

$$\lambda(t) = 0 \quad (74)$$

Entonces podemos escribir las ecuaciones (70) y (72) como:

$$P - C_q(t) - \mu(t) = 0 \quad (75)$$

$$\dot{\mu} - \mu * r = C_x \quad (76)$$

que son idénticas al problema original.

Si, en cambio, el acervo que se agota primero es el medio ambiente, entonces las condiciones de transversalidad serán:

$$H(T) = 0 \quad \mu(T) = 0 \quad (77)$$

Integrando (72) obtenemos:

$$\mu(t) = e^{-r(T-t)} \left[ p(T) - C_q(T) - \lambda(T)D_q(T) \right] - \int_t^T e^{-r(s-t)} (C_x + \lambda(s)D_x) ds \quad (78)$$

Por lo que podemos escribir (70) como:

$$P - C_q(t) - \lambda(t)D_q(t) = e^{-r(T-t)} \left[ p(T) - C_q(T) - \lambda(T)D_q(T) \right] - \int_t^T e^{-r(s-t)} (C_x + \lambda(s)D_x) ds \quad (79)$$

Esta ecuación hace claro que en esta situación de medidas de control de calidad ambiental la tasa a la que debe crecer la renta marginal es menor al problema original, lo que hace que la tasa de extracción caiga. La cantidad explotada disminuye también, el efecto sobre el tiempo de extracción es indeterminado.

## Conclusiones

La discusión de los efectos de diversos instrumentos utilizados para el control de la contaminación en la minería, dadas las particularidades de esta actividad debe de hacerse en un escenario intertemporal.

Este análisis depende, de manera importante, de la especificación de la función de costos, y la función de daño. En este trabajo se han supuesto dos escenarios, El primero tanto la función de costos como la función de daño dependen solamente de la cantidad de mineral extraída en el periodo. En el segundo escenario, tanto la función de daño como la

función de costos dependen tanto de la cantidad extraída en el periodo, como en periodos pasados.

En el primer escenario, tanto un impuesto a efluentes como un estándar, reducirán la tasa de extracción, aún cuando no afectarán la cantidad total de mineral extraída. En cambio, medidas de control de calidad ambiental, si la función de daño marginal es constante, no afectarán la tasa de explotación, pero reducirán la cantidad de reservas recuperables.

Los efectos de cargos a efluentes y medidas de control de calidad ambiental, sobre la tasa de extracción y la cantidad total extraída de mineral, cambian en el segundo escenario. Un cargo a los efluentes reducirá la tasa de extracción de mineral, lo que sucedía también cuando los costos y el daño ambiental dependen sólo de la cantidad explotada en el periodo, pero además reducen la cantidad de reservas económicamente recuperables.

En el caso de medidas de control de calidad ambiental, la cantidad explotada disminuye, lo que sucedía también en el primer escenario, pero en este caso también la tasa de extracción cae.

## **Referencias**

Muzondo, Timothy, 1993. "Mineral Taxation, Market Failure, and the Environment". International Monetary Fund. Staff Papers, Vol. 40, No 1.