Instituto de Investigaciones Socio Económicas

Documento de Trabajo No. 09/92
Noviembre 1992

Política Tributaria e Inversión Privada en Bolivia

por
Gonzalo Castro
y Julio Loayza

Política Tributaria e Inversión Privada en Bolivia*

por Gonzalo Castro
y Julio Loayza

Introducción

La experiencia de muchos países que emprendieron profundas reformas económicas muestra que la inversión y el crecimiento demoran por lo menos cinco años para alcanzar un ritmo aceptable. Este período de espera está, además, directamente relacionado al nivel de pobreza del país.[1] La economía boliviana, después de siete años de la implementación del programa de estabilización de 1985, no parece aún haber alcanzado esa fase de crecimiento sostenido.

Bolivia se encuentra aparentemente en un equilibrio de baja inversión, a pesar de la estabilidad alcanzada. Este estancamiento y el tímido crecimiento de los últimos años crean a su vez expectativas pesimistas que pueden inducir a los inversionistas a retrasar sus inversiones. La inversión privada es muy sensible a cambios en política económica del gobierno y a la incertidumbre que estos cambios pueden provocar. Esto es debido en parte a la naturaleza irreversible de muchas de las inversiones. La decisión de invertir en un ambiente incierto contempla la opción de esperar nueva información que podría afectar la deseabilidad y el momento de la inversión. En Bolivia, una posible fuente de incertidumbre la constituye la credibilidad imperfecta de las reformas de política económica y la incoherencia o inconsistencia en su aplicación.

El gobierno dispone de variados instrumentos que pueden influir en la decisión de invertir de las empresas. En este trabajo se considera un instrumento tributario: el impuesto a la renta presunta de las empresas. Los incentivos tributarios pueden tener efectos significativos en la decisión de invertir.

La utilización de estos instrumentos implica, sin embargo, una alteración de sus valores, y por lo tanto un cambio del entorno económico en el que se desenvuelven las

* Esta investigación ha sido llevada a cabo con la ayuda financiera otorgada por el Centro Internacional de Investigaciones para el Desarrollo (CIID) de Ottawa, Canadá. Los autores agradecen al Dr. Juan Antonio Morales por sus valiosas comentarios y sugerencias, también agradecen al Dr. Miguel Peñafiel por su colaboración en la resolución matemática del último modelo. Los errores y omisiones son de responsabilidad nuestra.

[1] Ver Solimano (1992).

empresas. Por otro lado, los instrumentos tributarios tienen efectos fiscales, eventualmente negativos, para el gobierno. Ambos elementos pueden contribuir a incrementar la incertidumbre a la que se enfrenta el agente y afectar su decisión de invertir. De este modo, medidas tendientes a incentivar las inversiones, pueden tener el efecto contrario, debido al aumento del riesgo percibido por los agentes.

El objetivo del presente estudio es analizar, con la ayuda de modelos teóricos, el efecto de la política tributaria y de la incertidumbre en la inversión privada. Trabajos posteriores podrían ser dedicados a la aplicación empírica de los modelos presentados.

El presente estudio esta organizado de la siguiente manera:

En el Capitulo 1 se realiza una breve revisión, a partir de los años setenta, de los datos, de la inversión privada y pública en Bolivia. Se desarrolla luego un modelo intertemporal que determina la influencia del impuesto a la renta presunta sobre la inversión privada de una empresa que puede, además, endeudaras. Todo esto, en un ambiente con certidumbre. Por medio de simulaciones, es posible observar la trayectoria que seguirá la inversión en el tiempo, para valores diferentes de los parámetros.

En el Capítulo 2 se desarrolla un modelo, algo más sofisticado, de inversión en incertidumbre. Se utiliza un modelo de control estocástico en tiempo continuo que ayuda & determinar el comportamiento de la inversión en el tiempo cuando una de las variables del modelo es aleatoria (i.e. su valor futuro no se conoce con certeza) El modelo permite considerar de forma simultánea cambios tanto en las variables de política económica como en el nivel de incertidumbre. Además, la empresa nuevamente tiene la posibilidad de endeudarse.

Este estudio considera solamente la inversión privada en capital físico (maquinaria, instalaciones, etc.) Sin embargo, otros tipos de inversión fundamentales para el crecimiento, que bien pueden ser considerados en trabajos futuros, y que no pueden ser pasados por alto son: la inversión pública (principalmente en infraestructura y, en general, en sectores que no compitan con el sector privado, sino que busquen complementarlo); y sobre todo la inversión en capital humano, que en muchos países que aplicaron reformas económicas profundas (principalmente latinoamericanos) ha sido en parte olvidada.[2]

---

[2] Ver Dornbusch (1989).

1. Política Tributaria e Inversión Privada

1.1 Algunos datos de la inversión privada en Bolivia

Cómo estimular la inversión privada es una preocupación actual dentro la política económica. El análisis del comportamiento de la inversión privada en Bolivia es de vital importancia, debido a los pobres niveles alcanzados por éste componente de la inversión total en la última década.

En el Cuadro 1, se muestra la evolución de la inversión pública y privada en el período 1976-1990. Puede observarse una aguda caída en los niveles de inversión total a partir del último año de la década de los 70 y la situación no mejoró en los años 80. Entre 1976 y 1977 se observa una disminución en el nivel de inversión privada que coincide con un incremento en el nivel de inversión pública. Posteriormente, la inversión privada experimentó un crecimiento hasta el año 1979 para luego, hasta 1982, sufrir grandes caídas en su nivel. Estas últimas podrían atribuirse al desorden político imperante a inicios de los ochenta y al manejo inconsistente de la política económica, aspectos estos que afectaron a las decisiones de inversión privada.[3]

Es interesante anotar que durante el periodo de alta inflación e hiperinflación (1982-1985) se puede observar una situación que bien se asemeja al efecto “crowding out”. La demanda por inversión privada tuvo una tasa de crecimiento positiva, en cambio la inversión pública experimentó una tasa de crecimiento negativa. La mejor explicación para el crecimiento de la inversión privada durante este periodo es que hubo un incremento en la demanda de activos fijos y un aumento de inventarios, como medio de preservar la riqueza ante las altas tasas de inflación. No obstante, entre los años 1982-1985 el ambiente económico se caracterizó por un mal manejo de la política económica, aspecto éste que posiblemente se constituye en fuente de la actual incertidumbre. Durante el período 1986-1990 la inversión total tuvo tasas de crecimiento positivo. Sin embargo, en el mismo período, la inversión privada cayó con excepción del año 1989.

[3] Una explicación más detallada se encuentra en Ferrufino (1991).

Cuadro 1: Formación Bruta de Capital Fijo (1976 - 1999)
(en Bs. de 1989)

Año	F.B.K. fijo (1)	Tasa de Crecimiento (1)	Participación Pública (%)	Participación Privada (%)	Inversión Pública (2)	Tasa de Crecimiento (2)	Inversión Privada (3)	Tasa de Crecimiento (3)
1976	29,981		49	51	19,319.11		19,679.89	
1977	22,323	6.3	57	43	12,645.74	22.6	9,677.26	(9.3)
1978	24,784	11.9	59	41	14,719.74	16.4	19,964.26	3.9
1979	23,953	(6.9)	52	48	12,913.98	(18.3)	11,939.92	9.6
1989	17,514	(24.9)	49	51	8,669.99	(27.8)	8,846. 99	(19.8)
1981	17,085	(2.4)	56	44	9,492.99	9.4	7,593.99	(14.1)
1982	12,149	(28.8)	78	22	9,459.99	(5.3)	2,699.99	(64.5)
1983	19,369	(14.7)	64	36	6,588.96	(39.3)	3,771.94	40.1
1984	11,472	19.7	54	46	6,229.39	(5.4)	5,242.79	39.9
1985	13,894	29.3	39	61	5,424.97	(12.9)	8,379.93	59.8
1986	14,559	5.4	51	49	7,376.85	35.9	7,173.15	(14.3)
1987	15,254	4.8	69	39	9,152.49	24.9	6,991.69	(16.3)
1988	15,639	2.5	62	38	9,696.18	5.9	5,942.89	(9.9)
1989	16,154	3.2	48	52	7,753.99	(20.9)	8,499.19	41.3
1999	15,414	(4.5)	58	42	8,949.12	15.2	6,473.88	(22.9)

Fuente: Extractado de Ferrufino (1991). INE Boletín Cuentas Nacionales No.5

Los mecanismos de tributación han demostrado ser eficientes para afectar las decisiones de la inversión privada, en cuanto al nivel y al momento. La justificación usual de esta afirmación, aparte de la evidencia empírica, se basa en el argumento plausible de que los inversionistas encontrarán la compra de bienes de capital más atractiva si éstos cuestan menos como consecuencia del estímulo tributario, en un horizonte de largo plazo. Los incentivos tributarios pueden ser un instrumento útil afectando, por ejemplo, la rentabilidad después de impuestos de los proyectos de inversión,[4] pudiendo posiblemente neutralizar el "impuesto" que significa la incertidumbre.

En la siguiente subsección se desarrolla un modelo que permite analizar los efectos sobre la inversión privada, de un elemento especifico del sistema tributario boliviano como es el impuesto a la renta presunta de las empresas.

[4] Un determinante de la rentabilidad de la inversión es la forma de su financiamiento. Stiglitz y Weiss (1981) muestran que en el mercado de crédito existen buenas razones para la existencia de un racionamiento de crédito, a causa de la asimetría de información. Por tanto, la tasa de interés no necesariamente es el instrumento que se deba utilizar para igualar la oferta con la demanda de crédito.

1.2 La decisión de invertir y el impuesto a la renta presunta. Desarrollo del modelo

La presente subsección desarrolla un modelo de decisión de inversión sobre una base neoclásica. características:

- La ley No. 843 del 20 de Mayo de 1986 fija presunta sobre las empresas, equivalente al 2,5% del capital neto. En forma sucinta, se define el capital neto como el activo (muebles, inmuebles, bienes de cambio, reservas y otros activos) menos el pasivo exigible (deudas, reservas técnicas, previsiones).
- La capacidad de endeudarse de la empresa. Se incluye esta posibilidad por la siguiente razón: existiendo el impuesto a la renta presunta, endeudarse significa disminuir el capital neto, reduciendo así la base del impuesto y, por lo tanto, pagar un impuesto a la renta presunta menor. Probablemente, la existencia del impuesto a la renta presunta incita a la empresa a endeudarse.[5] Por otro lado, la existencia de un costo de la deuda (el interés a ser pagado), disminuye la rentabilidad del capital instalado. Esto podría disminuir la voluntad de endeudarse de la empresa. Estos dos efectos contradictorios son representados por dos términos en la resolución del problema, como se verá más adelante.

Realizadas estas dos consideraciones, la empresa se enfrenta a una doble decisión: Cuánto invertir y cómo financiar dicha inversión.

Considere características que la empresa maximiza la siguiente función, cuyos se explican luego:

$$\max_I V = \int_0^\infty (1-\alpha)\,[PF(K) - R_D D - s\,(PK - D)]\,e^{-pt}\,dt \qquad (1)$$

$$\dot{K} = I - \delta K \qquad (2)$$

$$\dot{D} = PI - \alpha\,[PF(K) - R_D D - s\,(PK - D)] \qquad (3)$$

$$(K(0) = 1; \quad K(T) = Libre \rightarrow m_1\,(T)\,e^{pT} = 0 \qquad (4)$$

$$D(0) = 0; \quad D(T) = 0 \qquad (5)$$

$$I\varepsilon\,[0, \quad I_m] \qquad (6)$$

---

[5] Otra critica hecha a este impuesto es que discrimina a empresas cuyo capital físico representa un porcentaje alto del valor total de la empresa, contra aquellas cuyo capital físico es pequeño (como las empresas de servicios).

Sujeta a las siguientes restricciones:

Las condiciones iniciales y finales son las siguientes:

Donde V es la función que la empresa busca maximizar. P es el precio del producto que la firma vende. Además, como el modelo considera sólo un tipo de bien, este precio será también el precio del bien de capital (1). F(K) es la función de producción; la forma que se tomará para esta función es la siguiente: F(K) = EK, donde E es un índice de eficiencia (note además, que por la forma de la función de producción, E es también la inversa del "capital-output ratio", así como la productividad marginal del capital). I son las inversiones brutas; R_D, el interés de la deuda; D el valor de la deuda; s la tasa del impuesto a la renta presunta, ρ la tasa de descuento del inversionista y al porcentaje del beneficio neto que la firma conserva en forma de ahorro.

Nótese que la función a maximizarse (V) no incluye el gasto en salarios (WL) y que la función de producción no incluye el factor de producción trabajo (L). Sin embargo, si se asume que la tasa de salario (W) es una constante, que la función de producción es del tipo Leontieff y que un aumento cualquiera del stock de capital determina un incremento inmediato de la cantidad de trabajadores en el mismo porcentaje que el aumento del capital, entonces no es difícil ver que la ausencia del gasto en salarios (WL) no afecta los resultados cualitativos.

La primera restricción indica que la inversión neta (dK/dt, la variación del capital en el tiempo) es igual a la inversión bruta (1) menos la depreciación del capital (δK). La segunda restricción indica que las inversiones brutas pueden ser financiadas con un crecimiento de la deuda (dD/dt)[6] o por el ahorro interno de la empresa. Cuanto mayor sea este ahorro interno, menor será la necesidad de endeudarse para financiar la inversión bruta.

Este ahorro interno es definido como un porcentaje de los beneficios netos después de impuestos (que por simplicidad se lo considera fijo, igual a). Además, el ahorro interno está destinado automáticamente y en su totalidad a la inversión. Note que la función a ser maximizada (y), no considera ya el ahorro interno, puesto que éste es utilizado en los gastos de inversión (o para el pago de la deuda, ver más abajo). El ahorro es entonces considerado como un gasto.

[6] A1 no existir la restricción que D(t) > 0, la firma puede teóricamente decidir prestar sus ahorros a otros agentes en lugar de *prestarse* de ellos.

Si la empresa no tuviera posibilidad de endeudarse, la inversión bruta sería igual al ahorro de la empresa. Para hacer endógeno este ahorro, a podría considerarse como variable.

Para analizar desde otro punto de vista esta segunda restricción, es posible escribirla de la siguiente manera:

$$\dot{D} = PI - \alpha a[PK(E-s) - D(R_D - s)] \quad (7)$$

Se ve aquí que cuanto mayor sea el stock de capital, mayor será el beneficio neto y el ahorro interno y menor será el crecimiento de la deuda (siempre y cuando E) s; ver más adelante). Note que la existencia del impuesto a la renta presunta disminuye la productividad marginal del capital. Por otro lado, cuanto mayor el stock de deuda, menor el beneficio neto y el ahorro interno y mayor será la necesidad de endeudarse para seguir invirtiendo (siempre y cuando $R_D > s$; ver más adelante). Repare que la existencia del impuesto a la renta presunta disminuye el efecto negativo de la deuda sobre el beneficio neto.

Nótese que es matemáticamente equivalente utilizar el crecimiento de la deuda (dD/dt) o la inversión bruta (1) como variables de control.

Para efectos de simplificación, se considera que el único impuesto es el de la renta presunta (s). Obsérvese que una de las condiciones finales indica que la deuda debe ser nula en el período T. Se asume este supuesto para evitar que la empresa se endeude hasta el infinito, prestándose continuamente para pagar sus anteriores deudas. Esta condición implica además, que el crecimiento de la deuda deberá ser negativo en algún momento: si $dD/dt < 0$, para algún t, entonces se tiene que, para dicho t, el ahorro interno será mayor al valor de la inversión realizada. Parte de este ahorro será utilizado para pagar la deuda contraída, hasta finalmente pagarla por completo.

Remarque asimismo que la inversión bruta (I) está limitada al intervalo $[0, I_m]$;[7] es decir, la inversión está restringida a un valor mínimo determinado por la condición inicial y un valor máximo Im. Sin esta restricción, la inversión podría tomar cualquier valor, incluido el infinito, para maximizar la función V. Esto es debido a que no existen otras restricciones sobre el valor que puede tomar I. Por ejemplo, no existen costos crecientes y convexos de inversión, ni limitaciones de financiamiento o demanda, etc. Incluir explícitamente alguna

[7] Esta restricción, además de ser razonable desde un punto de vista económicos facilita la resolución matemática del modelo. Por otro lado, esta restricción puede ser muy útil cuando se incluye la incertidumbre. En efecto, una hipótesis interesante puede ser la siguiente: si la incertidumbre aumenta, la inversión "techo" (I_m) disminuye.

limitación de ese tipo complicaría la resolución del modelo, sin mejorar substancialmente las conclusiones del mismo.

El Hamiltoniano para este sistema es el siguiente:

$$\begin{aligned} H(K,D,I) \;=\; & (1-\alpha)\,[PEK - R_D D - s\,(PK-D)] + m_1\,(I-\delta K) \\ & + m_2[PI - \alpha\,[PEK - R_D D - s\,(PK-D)]] \end{aligned} \tag{8}$$

El principio del máximo, que indica las condiciones de optimización, es el que sigue:

$$\max_I H(.);\, K = \frac{\delta H}{\delta m_1};\, D = \frac{\delta H}{\delta m_2};\, \dot{m}_1 = -\frac{\delta H}{\delta K} + \rho m_1; \quad \dot{m}_2 = -\frac{\delta H}{\delta D} + \rho m_2 \tag{9}$$

Finalmente, las soluciones de este problema de control óptimo son las que siguiente:[8]

- El stock de capital (para I = 0 y para I = I_m**,** respectivamente):

$$K(t) \;=\; C_1\, e^{-\delta t} \tag{10}$$

$$K(t) \;=\; C_0\, e^{\delta t} \;+\; \frac{I_m}{\delta} \tag{10´}$$

- El stock de la deuda (para I = 0 y para I = I_m, respectivamente):

$$D(t) \;=\; G_0\, e^{\alpha(R_D - s)t} \;+\; dC_1\, e^{-\delta t} \tag{11}$$

$$D(t) \;=\; G_1\, e^{\alpha(R_D - s)t} \;-\; f \;+\; dC_1\, e^{-\delta t} \tag{11´}$$

Las soluciones obtenidas muestran los "senderos óptimos que seguirán las variables de nuestro problema. Note que la única variable de control es la inversión bruta (1), mientras que se tiene dos variables de estado: el stock de capital (K) y el stock de la deuda (D). Para simplificar la resolución y el análisis del problema, se consideraron las demás variables como variables exógenas o constantes.

---

[8] Ver en el Anexo 1 los pasos detallados de la resolución del problema y para el significado de las constantes introducidas. Ver también A. Chiang, (1992).

Como ya se había señalado, siendo el Hamiltoniano lineal con respecto a la inversión bruta, las soluciones que lo maximizan se encontrarán en los valores extremos de la variable de control. En otras palabras, se invertirá sea el máximo posible por período de tiempo (I_m), sea nada. Es lo que se denomina una solución "bang-bang".

Las trayectorias en el tiempo de las variables de estado (K y D) serán curvas continuas. La forma exacta que presenten dependerá de los valores de las constantes y variables exógenas (principalmente "s") presentes en el problema. Sin embargo, es posible prever un comportamiento general: según las características del problema, se puede esperar que entre el tiempo 0 y un cierto tiempo t* la inversión bruta sea igual a su máximo (I_m), y que entre el tiempo t* y el infinito, la inversión sea nula ("switch"). En ese caso, el stock de capital (K) tendrá un crecimiento sostenido, cuya velocidad dependerá del valor de I_m (y de la depreciación). Este crecimiento continuará hasta t*. A partir de entonces, y teniendo una inversión nula, el stock de capital disminuirá hasta desaparecer en el infinito. El caso de la deuda es similar: después de un período de crecimiento (mientras la inversión es positiva), decrece y se vuelve cero en el infinito.

El tiempo t* en que las inversiones se vuelven nulas y el capital y la deuda empiezan a disminuir, dependerá de los valores de las constantes y de las variables exógenas. Se puede prever, por ejemplo, que cuanto mayor sea "s', más pequeño será t*. Esto es, se puede esperar que un incremento en el impuesto sobre la renta presunta disminuya el tiempo de inversión de la empresa. Se verificará con las simulaciones cuán fuerte o débil es este efecto.

Con las soluciones numéricas es posible visualizar las trayectorias óptimas que realizarán en el tiempo tanto la variable de control (I) como las variables de estado (K y D). Asimismo, cambiando el valor de una variable exógena (la tasa del impuesto a la renta presunta (a), por ejemplo) es posible observar cómo estas trayectorias son afectadas en el corto y largo plazo. Se realiza esto en el punto siguiente.

1.3 Simulación del modelo.

Para realizar la simulación del modelo es necesario asignar un valor a las variables preestablecidas. Los valores escogidos son los siguientes:

VALORES DE LAS VARIABLES EXÓGENAS		
$\rho = 0{,}05$	$P = 1$	$E = 0{,}30$
$\delta = 0{,}10$	$I_m = 1$	
$\alpha = 0{,}50$	$R_D = 0{,}08$	$S = 0{,}025$

Se asume un valor para ρ de 5%, por considerarse un proyecto de inversión de largo plazo (50 períodos) y tomando en cuenta que por hipótesis, la inflación es nula. Para simplificar, P y I_m tienen un valor unitario. Tomar un valor unitario para P equivale a trabajar en valores reales. En el caso de la inversión máxima (I_m), esto significa además que es posible invertir como máximo, el equivalente del 100% del capital inicial cada periodo. Por la forma de la función de producción considerada, E corresponde a la inversa del capital-output ratio; por tanto se ha considerado un valor utilizado en estudios anteriores.[9] El valor de δ = 10%, es el usualmente utilizado. El valor de RD corresponde a la tasa real de interés pasiva en dólares. El porcentaje del ahorro de la empresa destinado a la inversión (α) toma un valor arbitrario, escogido por simplificación.

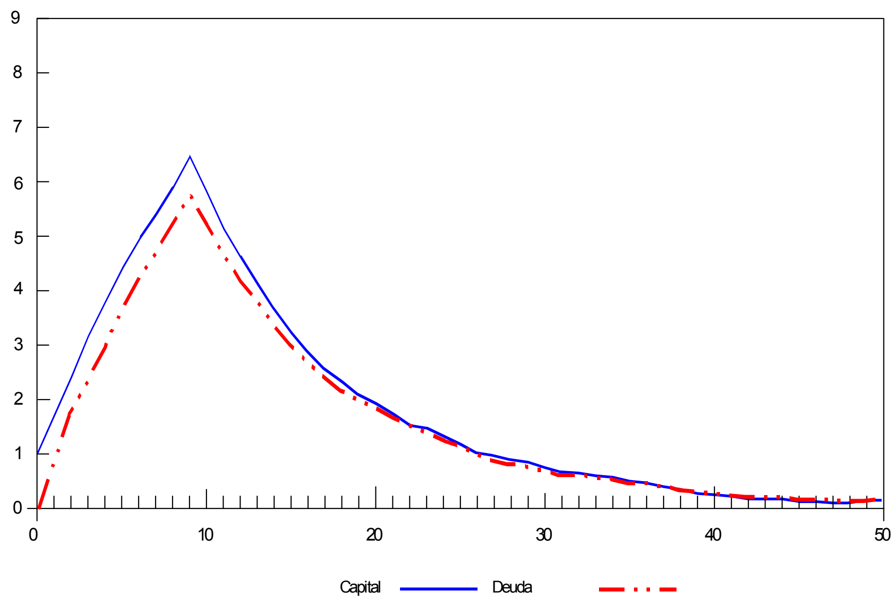
Con estos valores, se hace funcionar el modelo en el tiempo. El gráfico No 1, muestra los senderos obtenidos.

Como se puede apreciar en el gráfico, la inversión se realiza hasta t* = 9 años, luego se detiene y no recomienza más. El stock de capital y la deuda aumentan de manera muy similar hasta el tiempo t*, disminuyendo luego hacia cero en el infinito. Era el comportamiento que se había intuido en el punto anterior: la empresa decide endeudarse en un comienzo y utilizar esta deuda para aumentar sus inversiones (y al mismo tiempo, disminuir su capital neto de manera a pagar un menor impuesto a la renta presunta).

Tanto el stock de capital (K) como el stock de deuda (D) crecen a un ritmo decreciente. La explicación de este comportamiento es sencilla para el stock de capital: la depreciación del capital es mayor cuando el stock de capital es mayor. Sin embargo la inversión bruta es constante. Por lo cual, y recordando las restricciones, la inversión neta (i.e. el crecimiento del stock de capital) es cada vez lenta.

[9] Ver Evia (1992).

Gráfico No 1
Trayectorias de K(t) y D(t) para s = 2.5%



En el caso de la deuda, el factor que disminuye el efecto del gasto en inversión bruta (P*I) es el ahorro interno de la empresa. A medida que avanza el tiempo, tanto el stock de capital como el de la deuda aumentan. Como se ha visto, el stock de capital tiene un efecto negativo sobre el crecimiento de la deuda, mientras que el stock de la deuda tiene un efecto positivo. Para que la deuda crezca en forma decreciente, es necesario que el efecto del capital tenga un peso mayor que el efecto de la deuda. No es difícil ver que para que esto suceda, es necesario tener que $E > R_D$ (ver mas adelante).

El beneficio neto después de impuestos aumenta también, a pesar del impuesto sobre la renta presunta. Esto es debido a que la productividad marginal del capital (E) es mayor al impuesto sobre el capital neto (s). En realidad, ésta es una condición necesaria para que haya inversión. En efecto, si todo aumento del ingreso provocado por un aumento del stock de capital se va en forma de impuesto (i.e. si E = s) y si no existe la posibilidad de endeudarse, la firma no tendría ningún incentivo para invertir -

Finalmente, por las hipótesis realizadas en el trabajo, se puede deducir que la cantidad empleada de trabajadores aumenta en la misma proporción que el capital.

Después de t*, la empresa deja de prestarse y también de invertir. La firma deja que su capital vaya depreciándose y va pagando progresivamente la deuda que ha acumulado.

Todo el ahorro interno es ahora dedicado al pago de la deuda (intereses y capital principal). La deuda y el stock de capital tienden a cero en el infinito, de la misma forma que el trabajo y el beneficio neto después de impuesto (en el infinito la empresa desaparece).

Como se mencionó anteriormente, la existencia del impuesto a la renta presunta disminuye la rentabilidad del capital instalado. Sin embargo, endeudarse (para invertir) significaba para la empresa disminuir el capital neto imponible y pagar, por tanto, un menor impuesto a la renta presunta. Por otro lado, el interés a ser pagado por la deuda disminuía la rentabilidad del capital establecido, lo que significa un desincentivo a endeudarse. La empresa debía escoger el endeudamiento óptimo considerando esta situación. Las cifras obtenidas nos muestran el comportamiento elegido por la empresa.

Dos términos de la resolución matemática capturan una parte de la situación descrita arriba: $(E - s)$ y $(s - R_D)$. El primer término indica el efecto negativo sobre la rentabilidad del capital (representado por E) del impuesto a al renta presunta (s). El segundo, señala que este efecto negativo de "s" puede ser disminuido por la firma al endeudarse. Estos dos términos se encuentran presentes en todas las constantes definidas en el Anexo 1.

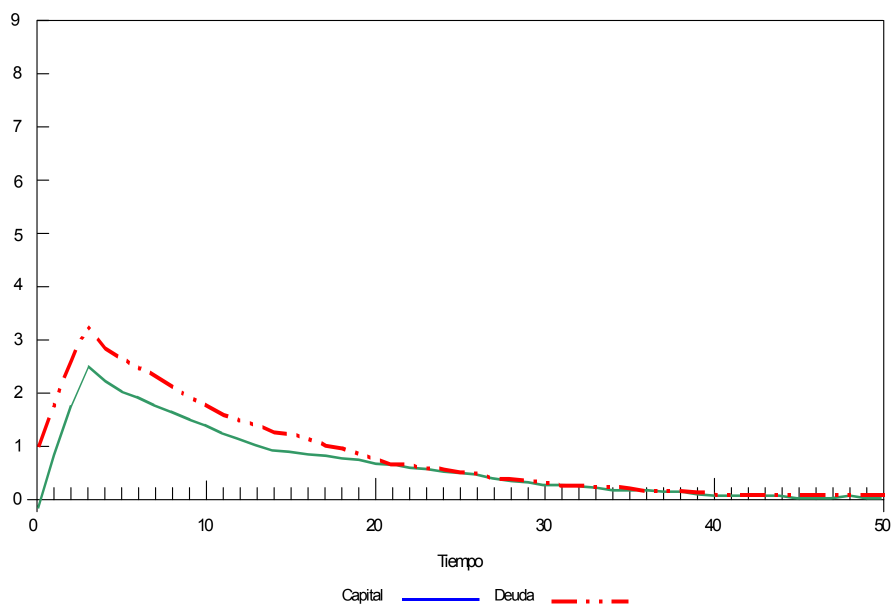
Por otro lado, existía el peligro teórico que la empresa, en lugar de prestarse para invertir, preste a otros y se convierta en acreedora en detrimento de sus inversiones físicas. Las simulaciones muestran que no ocurre esto. Esto es debido, claro, al valor inicial de las constantes y variables exógenas que se han escogido. Más precisamente, y como se vio arriba, para que esto **no** suceda, era necesario tener que $E > R_D$. En otras circunstancias y en una economía con características diferentes (i.e. sea con constantes de otro valor, o en un mundo con incertidumbre, no incluida en este modelo), los resultados podrían haber sido diferentes.

El interés del modelo reside, sin embargo, en mostrar la sensibilidad de la inversión a los cambios de valor del impuesto a la renta presunta. Se realizan dos cambios: un aumento de "s" de 100% (i.e. de 2,5% a 5%), y una disminución del 50% (i.e. de 2,5% a 1,25%).

En el gráfico No 2, se observan las trayectorias de las variables de interés para s = 5%. Como se observa, el efecto en la inversión bruta de la variación de "a" es fuerte. En efecto, el tiempo de inversión se reduce a menos de la tercera parte: de 9 años a alrededor de 2,8. La deuda sigue una trayectoria similar, así como el trabajo y el beneficio neto después de impuesto. Todos estos resultados, por supuesto, para las cifras de base predeterminadas.

El aumento del impuesto a la renta presunta disminuye la rentabilidad del capital instalado, disminuyendo la voluntad de invertir. Esto se refleja dentro del modelo, en un tiempo de inversión más corto. La posibilidad de endeudarse no alcanza entonces a contrarrestar completamente el efecto negativo sobre la inversión del aumento de “s”.

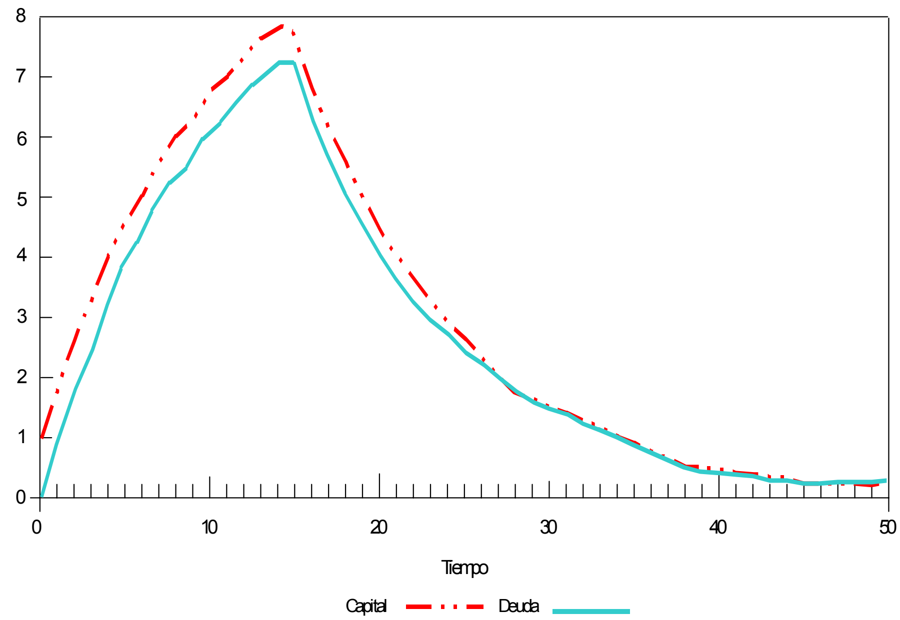
Gráfico No 2
Trayectorias de K(t) y D(t) para s = 5%



Los resultados de una disminución de “s” a 1,25% se observan en el gráfico 3.

El efecto es también significativo. El tiempo de inversión pasa de 9 a 14,7 años. Todo esto hace que se llegue a la conclusión de que el impuesto a la renta presunta tiene un efecto considerable, al menos teóricamente, sobre la inversión privada.

Gráfico No 3
Trayectorias de K(t) y D(t) para s = 12.5%



1.4 Conclusiones

El impuesto sobre la renta presunta de las empresas de la ley 834 tiene dos características importantes: Primero, el impuesto a la renta presunta incentiva a las empresas a endeudarse para así disminuir la base del impuesto. Por otro lado, el impuesto mencionado favorece a las empresas cuyo capital físico es pequeño; actuando por tanto en contra de las empresas intensivas en capital físico.

El estudio desarrolla un modelo de optimización intertemporal que determina el comportamiento del stock de capital deseado y el nivel de deuda óptimos, considerando como único instrumento tributario al impuesto a la renta presunta de las empresas. Las simulaciones efectuadas muestran que modificaciones en la alícuota del impuesto a la renta presunta constituyen un factor determinante en la decisión de invertir. Un incremento en el nivel del impuesto determina una disminución del tiempo consagrado a la acumulación de capital, lo que disminuye la inversión bruta total. Asimismo, se observa que el nivel de deuda tiene una correlación positiva con el comportamiento del stock de capital.

Al contrario, disminuciones en el nivel del impuesto a la renta presunta ocasionan un incremento en la inversión bruta total, debido a que el tiempo dedicado a la acumulación de capital aumenta. Nuevamente el comportamiento de la deuda acompaña al de la acumulación de capital.

Sin embargo, es necesario subrayar que estos resultados fueron obtenidos: 1) con un modelo relativamente simple, 2) con valores para las constantes que, sin ser arbitrarios, están abiertos a la crítica, y 3) en un ambiente de completa certidumbre. Este último punto es probablemente el de mayor trascendencia, sobre todo para la decisión de invertir. Por esta razón, se incluye este importante aspecto en la discusión que sigue a continuación.

2. Inversión, Tributación e Incertidumbre

Bolivia no ha conseguido establecer aquello que los inversionistas llaman un “clima aceptable de inversión; cambios en la política económica y social alimentan la incertidumbre que origina un importante conflicto ante la decisión de invertir.

Luego de las medidas adoptadas en 1985, las inversiones, si bien han crecido, no han logrado aún alcanzar los niveles de la década del 70´. En este contexto, el régimen de políticas tributarias sobre la inversión puede convertirse en un instrumento que ayude a neutralizar el efecto de la incertidumbre para invertir.

En tanto el gobierno no tenga un cierto grado de compromiso de no revertir las reformas estructurales en curso, la respuesta de la inversión no será suficiente para reiniciar un crecimiento sostenido de la economía. Si el objetivo de la economía es estimular la inversión, la estabilidad y credibilidad pueden constituir factores más importantes que los incentivos tributarios o las tasas de interés.

Diversos autores[10] han mostrado que la decisión de invertir se ve muy fuertemente afectada por la incertidumbre, aún marginal, sobre las futuras políticas económicas del gobierno. El temor a políticas inconsistentes en el tiempo y a cambios discrecionales en ellas disminuye la voluntad de invertir, aún en presencia de incentivos fiscales para la inversión.

Es interesante además la posibilidad de que la *variabilidad* de ciertos instrumentos, por ejemplo fiscales, afecte más que los *niveles* de dichos instrumentos. Sin embargo, una prueba empírica de este efecto negativo es de difícil obtención. Los problemas son varios: la dificultad de definir y medir la variable “incertidumbre, la escasez y dudosa calidad de las estadísticas de inversión entre otros.

No obstante, se puede utilizar el modelo desarrollado en la segunda parte de este documento para realizar un ejercicio que ilustre los puntos de vista expresados en este trabajo.

[10] Ver Abel (1983), Hall y Jorgenson (1%7), Rodrik (1989).

2.1 Tributación, incertidumbre e inversión, una introducción

El siguiente modelo considera el comportamiento de una empresa similar a la presentada en él capitulo 2 de este documento. La diferencia radica en que ahora se introduce formalmente la incertidumbre, lo que significa que al menos una de las variables del modelo es aleatoria, y por tanto su valor futuro no es conocido con certeza.

En la literatura existen varios modelos que consideran el efecto de la incertidumbre en la decisión de invertir.[11] La mayor parte de estos modelos consideran el precio del producto final como la variable aleatoria. Los resultados obtenidos son variados. Algunos autores encuentran que el aumento de la incertidumbre de esta variable, disminuye la inversión pues aumenta el riesgo de pérdida. Otros autores, sin embargo, encuentran que un aumento en la incertidumbre del precio del producto final, provoca un *aumento o una aceleración* de las inversiones. Este último resultado, menos intuitivo que el primero, puede ser explicado de la siguiente manera: si el ingreso marginal del capital es una función creciente y además estrictamente convexa del precio del producto final,[12] entonces un aumento de la incertidumbre del precio provoca una aumento del valor del ingreso marginal futuro esperado del capital, lo que determina el aumento de la inversión. Se puede comparar este resultado con una función de utilidad de un individuo amante del riesgo (risk-lover), que es estrictamente convexa. En este caso, se sabe que si la incertidumbre sobre la cantidad de bien que será recibida aumenta, la esperanza de la utilidad del individuo aumenta.[13]

El ejemplo del gráfico No..4 permite captar más fácilmente la situación descrita. La abscisa del gráfico representa la cantidad del bien que será recibida por el agente y las ordenadas la utilidad del individuo. En la situación inicial, el agente recibirá xi con probabilidad p o x_2 con probabilidad q(q=1-p). Suponga, para simplificar, que p = q. En promedio el agente recibe x. Si el agente decide no arriesgar y recibir con certeza el promedio x, su utilidad será u(x) (la utilidad de la esperanza). Sí decide arriesgar, tendrá una utilidad de $u(x_1)$ o de $u(x_2)$, ambas con la misma probabilidad. En promedio, tendrá una utilidad de E(u) (la esperanza de la utilidad). Tenemos que E(u)) u(x), el agente, que es

---

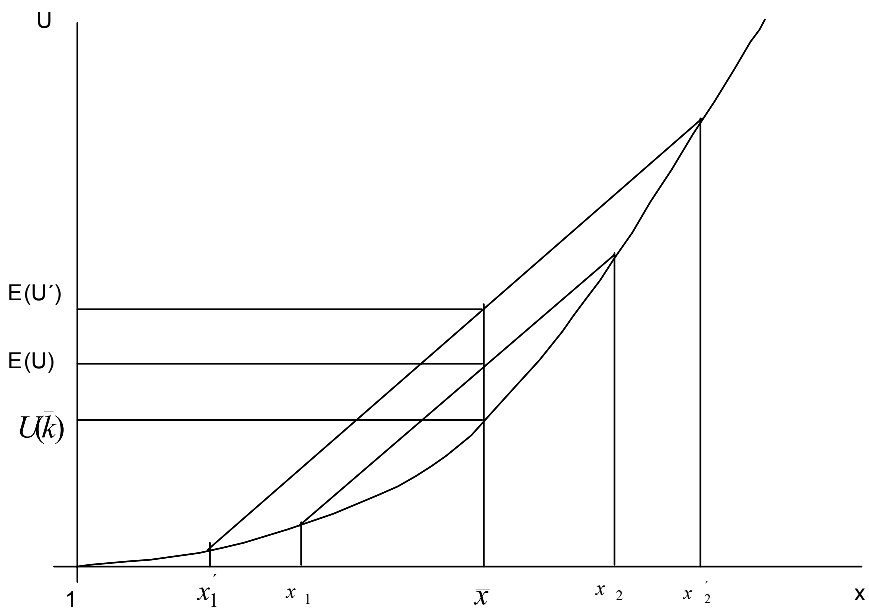
[11] Ver Pindyck (1991), Abel (1983) y Dixit (1991).

[12] Esto se presenta en funciones de producción Cobb-Douglas o, más generalmente, en funciones de producción homogéneas de grado 1. Véase Abel (1983) para una explicación mas detallada.

[13] Aunque la utilidad de la esperanza no sufra cambios.

"risk-lover", escoge siempre arriesgar. Supongamos ahora que la varianza de la variable X aumenta. Esto puede ser representado gráficamente por un alejamiento entre x_1 y x_2, pasando a x_1' y x_2' Sin quitarle generalidad al ejemplo, se considera que el promedio x sigue siendo el mismo. Como es claro en el gráfico, se observa que la esperanza de la utilidad del individuo pasa a E(u´) > E(u).

Gráfico No. 4
Trayectorias de K(t) y D(t) para s = 2.5%



El aumento de incertidumbre aumenta la utilidad del individuo. Si se cambian los ejes y se reemplaza la utilidad (u) por el ingreso marginal del capital y la cantidad de bien (X) por el precio del producto final, el gráfico muestra que un aumento de la incertidumbre sobre los precios provoca un aumento del ingreso marginal del capital, lo que provoca un aumento de la inversión.

Estos modelos no consideran, en general, la existencia de "sunk costs". En este caso, el efecto sobre la inversión de un aumento de la incertidumbre es, con mayor probabilidad, negativo.

No es la intención de esta sección repetir resultados ya obtenidos, el modelo de la parte 2 se concentra en el efecto sobre la inversión del impuesto a la renta presunta de la empresa (s) y considera además la posibilidad de endeudarse por parte de la empresa. Se mantienen las mismas ideas en esta sección del trabajo. Se adiciona el hecho de considerar a ‘s (el impuesto a la renta presunta de las empresas) como una variable aleatoria. Se asume que la mencionada variable sigue un movimiento Browniano.[14] Esto es, el inversionista no sabe como el gobierno podría modificar la alícuota del impuesto a la renta presunta.

Por otro lado, además de la introducción de la incertidumbre, se considerarán costos crecientes y convexos de inversión, para hacer algo más realista al modelo y a fin de obtener una solución interna para el problema.[15] Así, se considerará que los costos de inversión (c(I)) no son ya P*I, sino $P*I^{\beta}$, con $\beta > 1$.

El modelo asume que el gobierno, en su intención de aumentar la inversión, actuará sobre “s’. Como se vio en la parte 2, en el modelo sin incertidumbre, una disminución de “s” provoca un aumento del tiempo consagrado a la inversión y, por lo tanto, un aumento del stock de capital. Sin embargo, modificaciones de este tipo sobre “s” pueden aumentar la incertidumbre de los agentes sobre el valor que puede tomar esta variable en el futuro. Esta incertidumbre podría afectar a la inversión. En esta sección del estudio se busca conocer cual será el signo y el “peso” del aumento de la incertidumbre sobre la inversión.

De manera más precisa, se quiere saber si variaciones (una disminución o incremento) del impuesto a la renta presunta (s), que provocan un aumento de la incertidumbre, tienen un efecto final neto sobre la inversión de signo positivo o negativo.

En resumen, la empresa deberá maximizar la ecuación que se especifica abajo, sin conocer el valor que tomará “a” en el futuro. Se asume, sin embargo, que la ley que rige esta variable es conocida.

Los instrumentos matemáticos que serán utilizados son los de control estocástico en tiempo continuo.

[14] Esta hipótesis no es del todo ‘exacta’ en el sentido que “s” no cambia de valor cada instante. Pero es necesaria para formalizar la hipótesis que el valor futuro de “s” no es conocido con certeza. Movimiento Browniano es la versión en tiempo continuo de una caminata aleatoria.

[15] Ver, sin embargo, Serven (199w) que considera que esta hipótesis no es del todo justificable.

2.2 La decisión de invertir., incertidumbre y tributación. Desarrollo del modelo

El problema que debe resolver la empresa es el siguiente [ver ecuación (1)]:

$$V(K,D,s) = \max_{I} E[[\int_{0}^{\infty} (1-\alpha)\,[PEK - R_D D - s\,(PK-D)]\,e^{-pt}\ dt]] \qquad (12)$$

Sujeta a las siguientes restricciones [comparar con las restricciones del capítulo 2, ecuaciones (2) y (3):

$$dK \quad = \quad (I - \delta K)\,dt \qquad (13)$$

$$dD \ = \ [[PI^{\beta} \quad - \quad \alpha[PEK - R_D D - s(PK-D)]]\,dt \qquad (14)$$

$$ds \quad = \quad \sigma dz \qquad (15)$$

Donde:

$$dz \quad = \quad \varepsilon\sqrt{dt} \qquad \varepsilon \to N(0,1) \qquad 16)$$

Las condiciones iniciales son:

$$K(0) \quad = \quad 1; \qquad D(0) \quad = \quad 0; \qquad s(0) \quad = \quad s_0 \qquad 17)$$

El problema de la empresa es similar al del capítulo 2,[16] salvo que ahora se incluye una tercera variable de estado: la variable aleatoria "s_t" cuyas características estocásticas son presentadas en las restricciones.

Por otro lado, ε es una variable normal de media cero y varianza unitaria; dz sigue un proceso de Wiener, por tanto, sigue una ley normal de esperanza nula y de varianza igual a dt. La variable da sigue entonces una ley normal de esperanza cero y varianza σ^2dt. A su vez, la variable "s_t" (que puede ser entendida como la suma de n variables ds) seguirá una ley normal de promedio igual a s_0 (el valor inicial de s) y de varianza igual a σ^2t. Se dice que "s_t" sigue un movimiento Browniano. Para más detalles ver Pindyck (1991), Dixit (1991)

El valor de la varianza de "s" σ^2t. es una constante. Sin embargo, es posible que esta varianza esté relacionada con el valor de "s". Por ejemplo, se podría tener que: $\sigma^2 = (s - s_0)^2$. Esto significa que cuanto más alejada este "s" de su valor inicial (s_0), mayor será la

[16] Referirse a este capitulo para una interpretación extensa de todas las ecuaciones, excepto la ecuación "ds"

incertidumbre asociada.

Nótese que ahora se maximiza una esperanza (E) de una función. Según el Principio de Optimalidad de Bellman, el óptimo es tal que:

$$\rho V \quad = \quad \max_{I} [[(1-\alpha)[PEK - R_D D - s(PK - D)] + \frac{1}{dt} D(dV)]] \qquad (18)$$

La interpretación económica de esta ecuación es la siguiente: el miembro de la izquierda representa el retorno promedio requerido por los accionistas (propietarios) de la empresa. El miembro de la derecha simboliza el retorno total esperado, y está compuesto del beneficio neto más la esperanza de ganancia en capital. En el óptimo, ambos miembros deben ser iguales.

Por otro lado, esta solución indica que para maximizar el valor intertemporal de la empresa, podemos maximizar el valor “instantáneo” en t = 0 y la *esperanza* del valor futuro. Basta pues realizar el cálculo en el periodo t = 0 para maximizar el valor de la empresa hasta el infinito. La intuición detrás de este resultado, es que se considera que, en cada instante t, se realizará exactamente el mismo proceso de maximización que el realizado en t = 0, por lo que es suficiente hacerlo sólo en t = 0. Puede ser muy interesante intentar analizar el paralelo que existe entre la solución propuesta por el Principio de Optimalidad de Bellman y el Hamiltoniano visto en la parte 2.

Para realizar la maximización de la ecuación, en necesario obtener el valor de la esperanza. Aplicando el Lema de Itô, se tiene que:

$$\begin{aligned} dV \quad = \quad & V_K dK + V_D dD + V_s ds + \frac{1}{2}[V_{KK}(dK)^2 + V_{DD}(dD)^2 + V_{ss}(ds)^2 \\ & + V_{DK}\ dDdK + V_{Ds} dDds + V_{Ks} dKds \end{aligned} \qquad (19)$$

Reemplazando por los valores de dK, dD y da definidos en las restricciones, la ecuación se reduce a:

$$\begin{aligned} dV \quad = \quad & V_K (1-\delta K)\, dt + V_D [[PI^{\beta} - \alpha [PEK - R_D D - s(PK - D)]] \\ & + dt + V_s \sigma dz + \frac{1}{2} V_{ss} \sigma^2 (dz)^2 \end{aligned} \qquad (20)$$

Aplicando el operador E (esperanza matemática) se obtiene (recordando las leyes aplicables a variables estocásticas del tipo utilizado aquí):

$$\frac{1}{dt}E[dV] \quad = \quad \frac{1}{2}V_{ss}\sigma^2 + V_K\,(I-\delta K) \qquad (21)$$

$$V_D\,[[PI^{\beta} - \alpha\,[PEK - R_D D - s_0\,(PK-D)]]$$

Resultado que se reemplaza en la ecuación (18)

Realizando luego la maximización del miembro de la derecha de esta última ecuación con respecto a la variable de control (1), se obtiene que:

$$V_K \quad + \quad \beta\,V_D\;PI^{\beta-1} \quad = \quad 0 \qquad (22)$$

Esta ecuación, junto con la ecuación (18) pueden ser vistas como un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales a ser resuelto analíticamente.

Otra solución es la siguiente: reemplazar el valor de 1 obtenido por la condición del máximo (ecuación (22)en la ecuación (18) Se obtendrá una ecuación diferencial no lineal, cuya solución determinará la tasa de inversión óptima de la empresa.

En este caso, la ecuación se reduce a:

$$\rho V \quad = \quad (1-\alpha)\,[PEK - R_D D - s\,(PK-D)] + (-\frac{V_K}{\beta})^{\frac{\beta}{\beta-1}}\;(V_D P^{\frac{1}{1-\beta}}\;(1-\beta) \qquad (23)$$

$$-V_K\delta K - V_D\;\alpha\,[PEK - R_D D - s_0(PK-D)] + \frac{1}{2}V_{ss}\sigma^2$$

Cuya solución es:[17]

$$-V(K_t, D_t, s_t) \quad = \quad e^{As} + (Cs+B)\,(FK + DGD + H) \qquad (24)$$

donde:

$$A \quad = \quad \sqrt{\frac{2\rho}{\sigma^2}}$$

$$C \quad = \quad \frac{(1-\alpha)}{[\rho - \alpha\,(R_D - s_0)]}\,.\,(\frac{P\rho}{\delta+\rho}) \quad (-\frac{1}{F})$$

$$B \quad = \quad -\frac{(1-\alpha)\,R_D}{[\rho - \alpha\,(R_D - s_0)]}\,.\,(\frac{P\rho}{\delta+\rho}) \quad (-\frac{1}{F})$$

[17] Ver el Anexo 3 para una resolución detallada.

$$G = -(\frac{\delta + \rho}{P\rho})\, F$$

$$si\ F = 1 \rightarrow H = \frac{(\frac{1}{\beta})^{\frac{\beta}{\beta-1}} \ (P)^{\frac{1}{1-\rho}} \ (1-\beta)}{\rho} \cdot (\frac{\delta + \rho}{P\rho})^{\frac{1}{1-\beta}}$$

De donde se puede obtener la trayectoria óptima de la variable de control 1, reemplazando la solución obtenida (ecuación (21)) en el valor de 1 de la ecuación (22):

$$I^*(t) = (\frac{\rho}{\beta\,(\delta + \rho)})^{\frac{1}{\beta-1}} \qquad (25)$$

Lo que completa la solución matemática. Es posible ahora analizar las características de la solución obtenida.

2.3 Características de la solución

Un aspecto importante a resaltar es que la condición necesaria para hallar una solución de la ecuación diferencial parcial, que proporciona el valor que la empresa quiere maximizar (y), es que la productividad marginal del capital E sea igual al interés de la deuda R_D. Esta condición es necesaria para que la empresa decida invertir. En efecto, todo aumento de la producción provocado por un incremento en el stock de capital debe al menos cubrir el costo del capital que la empresa tomó prestado.

La ecuación (24) muestra el valor (V) que la empresa desea maximizar. Este valor está inversamente relacionado con la incertidumbre causada por la variabilidad de la tasa del impuesto a la renta presunta de las empresas.

Una vez conocida la función que la firma desea maximizar, se procedió a encontrar la regla óptima de inversión señalada en la ecuación (25). Esta última ecuación presenta un resultado bastante sorprendente y fuerte a la vez, indica que la decisión óptima de inversión de las empresas no se ve afectada por la incertidumbre sobre futuras tasas de impuesto a la renta presunta de las empresas. En efecto, se puede observar que la regla óptima de inversión independe de σ^2. En otras palabras, la suposición de que el nivel de la tasa de impuesto a la renta presunta de las empresas "s_t" sigue un movimiento Browniano no afecta la regla óptima de inversión de los empresarios.

2.4 Conclusiones

El modelo muestra como la incertidumbre sobre futuras alícuotas del impuesto a la renta presunta de las empresas afecta el valor que las firmas desean maximizar. Un aumento de la incertidumbre causado por la falta de reglas fijas en el manejo de la política tributaria, más específicamente en la determinación del impuesto a la renta presunta, determinará que las empresas disminuyan el valor que desean maximizar.

Sin embargo, la conclusión más importante que emerge de la solución del presente modelo, es que la decisión de invertir de las empresas no se vería afectada por la incertidumbre que causaría un manejo discrecional de la tasa de impuesto a la renta presunta. Esto es, el inversionista no verá modificada su decisión de invertir aún en el caso que el gobierno determine reglas no conocidas para la determinación de las alícuotas futuras del impuesto a la renta presunta de las empresas.

Si bien es cierto que uno de los aspectos más comúnmente señalados como causa del bajo nivel de inversión en Bolivia, es la incertidumbre en el ambiente económico; el presente estudio implícitamente plantea el desafío de estudiar (y determinar sí posible) más específicamente la causa de esa incertidumbre.

También seria de mucho interés, realizar un análisis sectorial de la economía (estudio del sector industrial, agrícola, etc.) para determinar lo que esta ocurriendo en cada sector y así poder estar en la posibilidad de señalar donde (en que sector) y cómo (indicar cual seria el ambiente propicio) invertir. Tal vez indicar posibles mecanismos específicos de incentivo para cada sector, bien podría ocurrir que ciertos instrumentos, por ejemplo fiscales, tengan efectos positivos para un sector y no así en los restantes sectores de la economía.

El carácter irreversible de las inversiones puede también afectar las decisiones en la elaboración de políticas económicas. Esto es, si se tiene como objetivo estimular las inversiones, establecer un ambiente de credibilidad y confianza puede ser más apropiado que la utilización de otro tipo de instrumentos. La gran decisión será entonces, establecer un ambiente de credibilidad que sí afecte la decisión de inversión de los inversionistas, utilizar los instrumentos adecuados que influyan en la acumulación de capital.

Bibliografía

Abel, Andrew. 1983. "Optimal Investment under Uncertainty". The Ameircan Economic Review. Vol. 73, No 1. (Marzo) pp 228—233.

Blanchard, O. y 5. Fisher. 1989. Lectures in Macroeconomics. MIT Press. Cambridge.

Blejer, M.I. y M.S. Khan. 1984. " Government Policy and Private Investment in developing Countries". Staff Papers. International Monetary Fund. (Junio) pp 379-403.

Chiang, Alpha C. 1982. Matemática rara Economistas. Sao Paulo: McGraw-Hill, Inc.

Chiang, Alpha C. 1992. Elements of Dvnamic Optimization. Nueva York: McGraw—Hill, Inc.

Dixit, Avinash. 1991. "The Art of Smooth Paating". Princeton University. Mimeo.

Dixit, Avinash 1992. "Investment and Hysteresis". Journal of Economis Perspecties . Vol. 6, No. 1. (Invierno) pp 107—132.

Dornbusch, Rudiger. 1989. " Short Term Macroeconomic Policies for Stabilization and Growth

Dornbusch, R. y S. Fischer. 1990. Macroeconomics. McGraw Hill Book Company.

Evia, J. Luis. 1992. Inversión Pública e Inversión Privada: Una Visión para la Política Fiscal en Bolivia". Universidad Católica Boliviana. Tesis de Licenciatura No. 152.

Ferrufino, R. 1991. Ahorro e inversión en Bolivia en el periodo de post-estabilización ". Documento de Trabajo 01/91. Universidad Católica Boliviana - Instituto de Investigaciones Socioeconómicas. (Enero).

Gaceta Oficial de Bolivia. 1986. ~ Ley de Reforma Tributaria.

Gaceta Oficial de Bolivia. 1990. Ley de Inversiones No. 1182. Compilación Régimen de Inversiones.

Greene, J. y D. Villanueva. 1990. "Private Investment in Developing Countries : Ah Empirical Analysis". IMF Working Paper, WP/90/40. (Febrero).

Hall, R.E. y D.W. Jorgenson. 1967. " Tax Policy and Investment Behavior The American Economic Review. Vol. 62, No. 3. (Junio) pp 391—414.

Marfán, Manuel. 1985. El conflicto entre la recaudación de impuestos y la inversión privada elementos teóricos para una reforma tributaria Colección Estudios CIEPLAN 18. (Diciembre) pp 63—93.

Pindyck, R. S. 1991a. "Irreversibility and the Explanation of Investment Behavior", en D. Lund y B. Oksendal (eds.), Stochastic Models and Option Values. Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland) pp 129—141.

Pindyck, R.S. 1991b. "Irreversibility, Uncertainty, and Investment". Journal of Economic Literature. Vol. XXIX (Septiembre) pp 1110—1148.

Rodrik, Dani. 1989. Policy Uncertainty and Private Investment in Developing Countries ". Mimeo. Harvard University, John F. Kennedy School of Government. (Julio).

Serven, L. y A. Solimano. 1990. Private Investment and Macroeconomic Adjustment A Survey . PPR Working Paper WP 339, World Bank. (Agosto).

Solimano, Andrés. 1992 "Understanding the Investment Cycle in Adjustment Programs. Evidence from Reforming Economics". The World Bank. Country Economics Department. WPS 912. (Mayo)

Stiglitz, J.E. y A. Weiss. 1981. "Credit Rationing in Markets with Imperfect Information . The American Economic Review. Vol. 71, No. 3. (Junio) pp 393-410.

Stokey, N. y Lucas, R. Jr. 1989. Recursive Methods in Economic Dynamics. Harvard University Press. Cambridge.

A N E X O S

Anexo 1

Solución al problema de Control Óptimo

Se repiten por conveniencia las ecuaciones del problema. El problema a maximizar es el siguiente:

$$\max_{I} V = \int_{0}^{\infty} (1-\alpha)\,[PF(K) - R_D D - s\,(PK - D)]\, e^{-pt}\, dt$$

Sujeta a las restricciones:

$$\dot{K} = I - \delta K;$$

$$\dot{D} = PI - \alpha\,[PF(K) - R_D D - s\,(PK - D)]$$

Y las condiciones iniciales y finales:

$$K(0) = 0; \quad K(T) = Libre \rightarrow m_1(T)\, e^{-pt} = 0$$

$$D(0) = 0; \qquad D(T) = 0$$

$$I\ \varepsilon\ [0, I_m]$$

PASO 1

El Hamiltoniano:

$$H(K,D,I) \quad = \quad (1-\alpha)\,[PF(K) - R_D D - s\,(PK - D)] + m_1\,(I - \delta K)$$

$$+\, m_2 [PI - \alpha\,[PF(K) - R_D D - s\,(PK - D)]]$$

Que es lineal en la variable de control I, la inversión bruta. Si la pendiente de H(.) con inversión óptima I es positiva, para maximizar H(.), la inversión óptima (I*) debe ser igual al borde superior de [0, I_m]. Si la pendiente es negativa, el máximo se alcanza cuando I* = 0. Formalmente:

$$\frac{\delta H}{\delta I} \quad = \quad m_1 + m_2\, P \rangle\, 0 \quad \leftrightarrow \quad I^* = I_m$$

$$\frac{\delta H}{\delta I} \quad = \quad m_1 + m_2\, P \langle\, 0 \quad \leftrightarrow I^*\, 0$$

La solución depende de los multiplicadores. Se debe obtener antes la solución de éstos. Note además que los multiplicadores, y por ende la pendiente, dependen del tiempo.

PASO 2

Según el principio del máximo se tiene que:

$$\dot{m}_1 \quad = \quad -\frac{\delta H}{\delta I} + \rho m_1 \quad = \quad -[(1-\alpha)\, P(E-s) - m_1\delta + m_2\alpha\, P(E-s)] \quad + \quad \rho m_1$$

Agrupando términos:

$$\dot{m}_1 \quad = \quad -(1-\alpha)\, P(s-E) + (\delta+\rho)\, m_1 - \alpha\, P(s-E) m_2$$

Repare que la solución para $m_1(t)$ depende de $m_2(t)$. Es necesario calcular antes la solución para este último multiplicador:

$$\dot{m}_2 \quad = \quad -\frac{\delta H}{\delta D} + \rho m_2 = [\,(1-\alpha)\,(s-R_D) - \alpha m_2\,(s-R_D) + \rho m_2$$

Agrupando términos:

$$\dot{m}_2 \quad = \quad (1-\alpha)\,(R_D - s) + m_2[\rho - \alpha\,(R_D - s)]$$

La solución es:

$$m_2(t) \quad = \quad Ae^{-at} + \frac{b}{a} = Ae^{[\rho-\alpha\,(R_D-s)]t} + \frac{(1-\alpha)\,(R_D - s)}{\alpha\,(R_D - s) - \rho}$$

Donde A es una constante arbitraria, a y b son constantes. Reemplazando para resolver $m_1(t)$ y agrupando términos:

$$\dot{m}_1 - (\delta+\rho)m_1 \quad = \quad (1-\alpha)\, P(s-E) - \alpha P(s-E)\,(Ae^{-at} + \frac{b}{a})$$

Definiendo la siguiente variable auxiliar (que corresponde simplemente al miembro derecho de la anterior ecuación):

$$c(t) \quad = \quad P(s-E)\,(1-\alpha-\frac{b}{a}) - \alpha P(s-E)\, Ae^{at}$$

La solución general es la siguiente:

$$m_1(t) \quad = \quad e^{(\delta+\rho)t}\,[B + \int c(t)\, e^{-(\delta+\rho)t}\, dt]$$

Resolviendo este problema se obtiene:

$$m_1(t) = Be^{(\delta+\rho)t} - \frac{P(s-E)\,(1-\alpha-\alpha\frac{b}{a}}{(\delta \quad + \quad \rho)} + \frac{\alpha P\,(s-E)}{\alpha\,(R_D - s) + \delta}\, Ae^{(\rho-\alpha(R_D-s))\,t}$$

Y por la condición $m_1(t)\ e^{-\rho t} \rightarrow 0$ si $t \rightarrow \infty$, se tiene que B = 0, y la solución será:

$$m_1(t) = \frac{P(E-s)\,(1-\alpha-\alpha\frac{b}{a}}{(\delta \quad + \quad \rho)} + \frac{\alpha P\,(E-s)}{\alpha\,(R_D - s) + \delta}\, Ae^{(\rho-\alpha(R_D-s))\,t}$$

$$m_1(t) = c - dAe^{-at}$$

c y d son variables auxiliares. A y a fueron definidas anteriormente.

PASO 3

Para conocer el valor de la pendiente de H(.) con respecto a I (Paso 1) fue necesario obtener las soluciones de los multiplicadores $m_1(t)$ y de $m_2(t)$ (Paso 2). Ambos multiplicadores dependen de la constante A, aún no determinada. Todas las otras constantes son conocidas. Para obtener el valor de A, se utilizará el hecho que el Hamiltoniano es autónomo (i.e. independiente del tiempo; esto es, la variable t no aparece en la ecuación. Estrictamente hablando, H(.) depende de variables que dependen de t, pero no de t directamente, esto es suficiente para llamarlo autónomo). Esto implica que:

$$H(.) = 0, \text{ para todo } t$$

Y particularmente:

$$H(0) = 0 \quad \rightarrow \quad (1-\alpha)\, P(E-s) + m_1(0)\,(I^* - \delta) + m_2(0)\, P[I^* - \alpha\, E - s)] = 0$$

Donde:

$$m_1(0) \quad = \quad c - dA; \qquad m_2(0) \quad A + \frac{b}{a}$$

a, b, c y d son las constantes definidas anteriormente.

Despejando A se obtiene:

$$A \quad = \quad \frac{(1-\alpha)\, P(E-s) + c(I^* - \delta) + \frac{b}{a}\, P[I^* - \alpha\, (E-s)]}{d(I^* - \delta) \quad - \quad P[I^* - \alpha\, (E-s)]}$$

A pesar que en principio no se conoce en el tiempo t = 0 el valor de I*, en la simulación numérica se verá que sólo $I^* = I_m$ (en t = 0) es compatible con la condición de la pendiente del Paso 1. Una vez determinado lo anterior, A se mantiene constante.

PASO 4

La pendiente definida en el Paso 1, depende del tiempo. Es una función monótona (decreciente, según los resultados numéricos), por lo que tiene (a lo mucho) una raíz. Esto es, la pendiente la nula para un t* (a lo mucho). En este tiempo t* la inversión óptima cambia de un valor al otro (switch). Para obtener el valor de t*, se iguala simplemente la pendiente a cero y se despeja t. Se obtiene:

$$t^* = \frac{\ln(j)}{a}; \qquad j = \frac{aA(d-P)}{ac+Pb}$$

Donde "ln" es el logaritmo neperiano. El valor de t* es muy importante. Indica el momento en que la empresa deja de (comienza a) invertir. O si se desea, el momento en que la empresa es absolutamente indiferente entre invertir o no.

Finalmente hay que considerar las soluciones de las variables de estado. La solución para cada una dependerá del valor de la inversión bruta óptima (I*) que se presente según el tiempo t que se considere. Esta inversión puede tomar dos valores solamente: ø o Im. Para resolver las ecuaciones de movimiento de K(t) y D(t) es necesario considerar estos dos casos.

PASO 5

El capital

5.a) $I^* = I_m$. La solución es:

$$K(t) \quad = \quad C_0 \; e^{-\delta t} \quad + \quad \frac{I_m}{\delta}$$

Si esto se cumple en t = 0, podemos utilizar la condición inicial K(ø)=1 para obtener el valor de C_0. Formalmente:

$$I^*(0) = I_m \quad \rightarrow K(0) = C_0 + \frac{I_m}{\delta} = 1 \quad \rightarrow \quad C_0 = 1 - \frac{I_m}{\delta}$$

5.b) $I^* = 0$. La. solución es:

$$K(t) \quad = \quad C_1 \; e^{-\delta t}$$

Sí esto se cumple en t = 0, como antes podemos calcular C_1:

$$I^*(0) = 0 \quad \rightarrow K(0) = C_1 \;\; = \;\; 1$$

Note que si se tiene que $I^* = I_m$ en t = 0, se conoce el valor de C_0 (gracias a la condición inicial K(0)=1), pero no de C_1 puesto que no hay condición sobre K(t) cuando t tiende al infinito. Pero sabiendo que la función K(t) es continua para todo t, y particularmente para t*, podemos obtener fácilmente el valor de la constante deseada (Ci) igualando ambos senderos de K(t) para t*.

Entonces, en t* se tiene que:

$$(1 - \frac{I_m}{\delta}) \; e^{-\delta t^*} \quad + \quad \frac{I_m}{\delta} \quad = \quad C_1 \; e^{-\delta t^*}$$

De donde fácilmente se obtiene:

$$C_1 \quad = \quad (1 - \frac{I_m}{\delta}) \quad + \quad \frac{I_m}{\delta} \, e^{-\delta t^*}$$

Para C_0, el lector podrá verificar que:

$$C_0 \quad = \quad 1 \quad - \quad \frac{I_m}{\delta} \, e^{-\delta t^*}$$

PASO 6

La deuda

Note que a partir de la condición H(.) = 0 para todo t, el valor de la deuda D(t) puede ser fácilmente obtenido numéricamente (lo que efectivamente se hará en las simulaciones). Sin embargo, se pueden también obtener las soluciones analíticas. Para esto es necesario definir la forma de la función de producción F(K). Se utilizará una forma muy sencilla, que satisfaga sin embargo las condiciones de una función de producción neoclásica: F(K) = EK.

6.a) $I = I_m$. La ecuación de la deuda se escribe:

$$\dot{D} - \alpha\,(R_D - s)D \quad = \quad I_m\;P(1 + \frac{\alpha\,(s-E)}{\delta}) - \alpha P(E-s)\;C_0\;e^{-\delta t}$$

Llamando f(t) al miembro derecho de la ecuación, tenemos la solución general:

$$D(t) \quad = \quad e^{\alpha\,(R_D - s)\,t}\;[G_1 + \int f(t)\;e^{-\alpha(R_D - s)\,t}\;dt]$$

Resolviendo esta ecuación se obtiene:

$$D(t) \quad = \quad G_1\;e^{\alpha(R_D - s)\,t} - \frac{I_m\;P[\delta - \alpha\,(E-s)]}{\delta\alpha\,(R_D - s)} + \frac{\alpha P(E-s)}{\delta + \alpha\,(R_D - s)}\;C_0\;e^{-\delta t}$$

$$D(t) \quad = \quad G_1\;e^{\alpha\,(R_D - s)\,t}\;[G_1 - f + dC_0\;e^{-\delta t}$$

Donde C_0 es la constante obtenida en el punto 5.a y G_1 es una constante arbitraria. Es posible obtener esta última con ayuda de las condiciones iniciales y finales para D(t), como en el caso de K(t). Formalmente:

$$I^*(0) = I_m \quad \rightarrow \quad D(0) \;= G_1 - f + d\;C_0 = 0 \quad \rightarrow \quad G_1 = f - dC_0$$

6.b) I = 0. La ecuación de la deuda se escribe:

$$\dot{D} - \alpha\,(R_D - s)\,D \quad = \quad -\alpha\,P\,(E-s)\,C_1\;e^{-\delta t}$$

Donde G_1 es la constante obtenida en el punto 5.b. La solución de esta ecuación es:

$$D(t) \quad = \quad e^{\alpha\,(R_D - s)\,t}\;[G_0 - \int \alpha\,P(E-s)\,C_1\;e^{-\delta t}\;e^{-\alpha(R_D s)t}\;dt]$$

Donde G_0 es una constante arbitraria. Resolviendo se obtiene:

$$D(t) \quad = \quad G_0\;e^{\alpha\,(R_D s)t} \quad + \quad dC_1\;e^{-\delta t}$$

De la misma forma que en 6.a, es posible obtener el valor de la constante G_0 con ayuda de las condiciones iniciales y finales para D(t). Formalmente:

$$I^*(0) = 0 \quad \rightarrow \quad D(0) = G_0 + d\,C_1 = 0 \quad \rightarrow \quad G_0 = -dC_1$$

Note que, contrariamente a K(t), se dispone de condiciones finales para D(t). En efecto, se tiene que D(t) → 0 si t → ∞. No es difícil comprobar que esto implica que $G_0 = G_i = 0$. Sin embargo, en el caso de G_1, se necesita que la inversión óptima sea también nula. En otra palabras, en el infinito, una deuda nula no es compatible con una inversión no nula (e igual a I_m). Numéricamente este problema no se presenta, pues la inversión óptima es nula en el infinito (e igual a I_m en t = 0 y hasta cierto t* > 0).

Anexo 2

Solución del Problema de control Estocástico

A partir de la ecuación (37) se obtiene:

$$- \rho V + \frac{\sigma^2}{2} V_{ss} - \delta K V_k - \alpha [PEK - R_D D - s_0 (PK - D)] + (\frac{1}{\beta})^{\frac{\beta}{1-\beta}} (P)^{\frac{1}{1-\beta}} (1-\beta)$$

$$(-V_K)^{\frac{\beta}{\beta-1}} (V_D)^{\frac{1}{1-\beta}} + (1-\alpha) [PEK - R_D D - s_0 (PK - D)]$$

Se propone la solución:

$$V(K_t, D_t, s_t = e^{As} + (Cs + B)(FK + GD + H) \qquad \text{(A3.1)}$$

A partir de la ecuación (A3.1) se pueden hallar las siguientes derivadas parciales:

$$V_{ss} - A^2 e^{As}; \qquad V_K - F\ Cs + B); \qquad V_D - (Cs + B)$$

Sustituyendo el valor de estas derivadas parciales en la ecuación original, se tiene que:

$$\frac{\sigma^2}{\beta} A^2 e^{As} - \delta KF (Cs + B) - \alpha [PEK - R_D D - s_0 (PK - D) G(Cs + B)$$

$$+ (\frac{1}{\beta})^{\frac{\beta}{\beta-1}} (P)^{\frac{1}{1-\beta}} (1-\beta)(-F)^{\frac{\beta}{\beta-1}} G^{\frac{1}{1-\beta}} (Cs + B) + (1-\alpha)[PEK - R_D D - s(PK - D)]$$

$$- \rho [e^{As} + (Cs + B)(FK + GD + H)] = 0$$

La ecuación (A3.2) se satisface con:

$$(\frac{\sigma^2}{2} A^2 - \rho) e^{As} = 0 \qquad A = \sqrt{\frac{2\rho}{\sigma^2}}$$

$$como\ \frac{\beta}{\beta-1} + \frac{1}{1-\beta} = 1, \quad si\ F\ es\ negativo$$

$$[(\frac{1}{\beta}(-F))^{\frac{\beta}{\beta-1}} (PG)^{\frac{1}{1-\beta}} (1-\beta) - \rho H](Cs + B)] = 0$$

Entonces:

$$H = \frac{[\frac{1}{\beta}(-F)]^{\frac{\beta}{\beta-1}}\ (PG)^{\frac{1}{1-\beta}}\ (1-\beta}{\rho}$$

Determinados los valores de A y H (de la solución propuesta) que satisfacen la ecuación original, falta determinar valores para F, G, C y B. Para esto se tiene la ecuación:

$$Ks[-\delta FC - \alpha PEGC + \alpha s_0 PGC - (1-\alpha)P - \rho CF] + sD[\alpha R_D GC - \alpha s_0 GC$$

$$+ (1-\alpha) - PGC] + K[-\delta FB - \alpha PEGB + \alpha s_0 PGB + (1-\alpha)PE - \rho FB]$$

$$+ D[(\alpha R_D - \alpha s_0)GB - (1-\alpha)R_D - \rho GB] = 0$$

De donde fácilmente se puede obtener:

$$C = \frac{(1 - \alpha)P}{[\alpha s_0 PG - \alpha PEG - \delta F - \rho F]}$$

$$C = \frac{(1 - \alpha)}{[\rho G + \alpha s_0 G - \alpha R_D G]}$$

$$B = \frac{-(1 - \alpha)PE}{[\alpha s_0 PG - \alpha PEG - \delta F - \rho F]}$$

$$B = \frac{-(1 - \alpha)R_D}{[\rho G + \alpha R_D G - \alpha R_D G]}$$

Igualando los valores de C y de B:

$$P[\rho - (\alpha R_D - \alpha s_0)]G = (\alpha s_0 P - \alpha PE)G - (\delta + \rho)F$$

$$PE[\rho - (\alpha R_D - \alpha s_0)]g = (\alpha s_0 p - \alpha PE)R_D G - (\delta + \rho)R_D F$$

hay solución sólo si el determinante de los coeficientes es igual a cero, o bien:

$$P(R_D \quad - \quad E)\,[\,\rho - \alpha\,(R_D - s_0)[\quad = \quad 0$$

por ejemplo si se toma:

$$\rho - \alpha\,(R_D - s_0)[\quad = \quad 0$$

las soluciones para O y B son posibles sólo si a = 1, lo que invalida la ecuación original. Entonces, una solución existe si:

$$R_D \quad - \quad E \quad = \quad 0 \qquad \rightarrow \qquad R_D = \quad E$$

en este caso:

$$G \quad = \quad -\frac{\delta \quad + \quad \rho}{P\rho}\,F$$

por tanto C y D asumen los siguientes valores:

$$C \quad = \quad \frac{(1 \quad - \quad \alpha)}{\rho - \alpha\,(R_D - s_0)}\,\frac{P\rho}{(\delta + \rho)}\,(-\frac{1}{F})$$

$$D \quad = \quad -\frac{(1 \quad - \quad \alpha)\,R_D}{\rho - \alpha\,(R_D - s_0)}\,\frac{P\rho}{(\delta + \rho)}\,(-\frac{1}{F})$$

se puede tomar F = -1, de modo que:

$$H \quad = \quad \frac{(\frac{1}{\beta})^{\frac{\beta}{\beta-1}}\,(P)^{\frac{1}{1-\beta}}\,(1-\beta}{\rho}\,(\frac{\delta + \rho}{P\rho})^{\frac{1}{1-\beta}}$$